

Problemas – Tema 1

Problemas resueltos - 8 - sistemas de inecuaciones de dos incógnitas

1. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes obtener la representación gráfica de la solución y los vértices que aparecen. Debes indicar si las semirectas y los vértices que limitan la zona solución pertenecen o no a la solución del sistema.

$$\begin{cases} 5x + y \geq 5 \\ 3x - 2y \leq 4 \\ \frac{x}{2} - y > 0 \end{cases}$$

Representamos la recta asociada a cada inecuación, obteniendo un par de punto de la recta y la zona del plano que satisface cada desigualdad.

Desigualdad $5x + y \geq 5$ → Recta $5x + y = 5$ → Puntos de la recta $(0,5)$, $(2,-5)$

La zona del plano que contiene al punto $(0,0)$ no cumple la desigualdad.

Desigualdad $3x - 2y \leq 4$ → Recta $3x - 2y = 4$ → Puntos de la recta $(0,-2)$, $(2,1)$

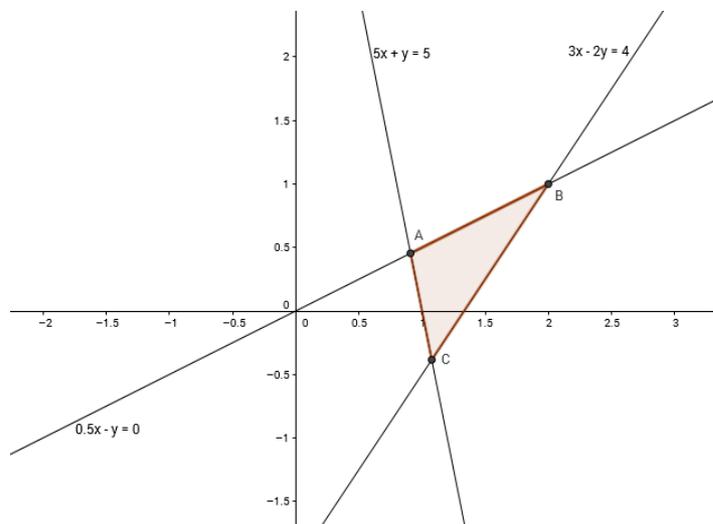
La zona del plano que contiene al punto $(0,0)$ cumple la desigualdad.

Desigualdad $\frac{x}{2} - y > 0$ → Recta $\frac{x}{2} - y = 0$ → Puntos de la recta $(0,0)$, $(2,1)$

La zona del plano que contiene al punto $(5,0)$ cumple la desigualdad.

Representamos las tres rectas sobre los mismo ejes, siendo la solución del sistema de partida la zona del plano delimitada por las rectas.

Si las rectas se cortan, obtendremos los puntos de corte y decidiremos si estos puntos de corte son solución del sistema de inecuaciones.



El punto A se obtiene como punto de corte de las rectas $5x + y = 5$, $\frac{x}{2} - y = 0$. Forman un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, de solución única.

$$\begin{cases} 5x + y = 5 \\ \frac{x}{2} - y = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Sumamos ambas ecuaciones} \rightarrow \frac{11x}{2} = 5 \rightarrow x = \frac{10}{11} \rightarrow y = \frac{5}{11}$$

El punto B se obtiene como punto de corte de las rectas $3x - 2y = 4$, $\frac{x}{2} - y = 0$. Forman un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, de solución única.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ \frac{x}{2} - y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \rightarrow \text{Restamos} \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 1$$

El punto C se obtiene como punto de corte de las rectas $5x + y = 5$, $3x - 2y = 4$. Forman un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, de solución única.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 5x + y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 10x + 2y = 10 \end{cases} \rightarrow \text{Sumamos} \rightarrow 13x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{13} \rightarrow y = \frac{-5}{13}$$

El vértice $C\left(\frac{14}{13}, -\frac{5}{13}\right)$ sí pertenece a la solución, ya que es intersección de dos rectas que cuya desigualdad asociada incluye el signo igual.

Los puntos $A\left(\frac{10}{11}, \frac{5}{11}\right)$ y $B(2, 1)$ no pertenecen a la solución, porque al menos una de las rectas que lo forman tienen asociada una desigualdad sin el signo igual.

Por idéntica razón, los segmentos \overline{AC} y \overline{BC} pertenecen a la solución, excluyendo como ya hemos razonado los vértices A y B.

2. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes obtener la representación gráfica de la solución y los vértices que aparecen. Debes indicar si las semirectas y los vértices que limitan la zona solución pertenecen o no a la solución del sistema.

$$\begin{cases} x + 2y - 1 \geq 0 \\ x - 3y - 6 > 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

Representamos la recta asociada a cada inecuación.

$$x + 2y - 1 \geq 0 \rightarrow x + 2y - 1 = 0 \rightarrow \text{Puntos } (1, 0) , (3, -1)$$

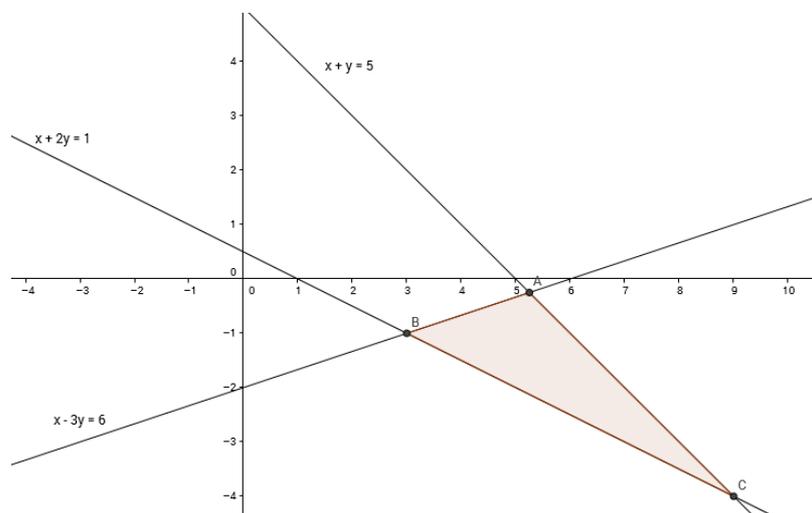
La zona del plano que contiene a $(5, 0)$ cumple la desigualdad.

$$x - 3y - 6 > 0 \rightarrow x - 3y - 6 = 0 \rightarrow \text{Puntos } (0, -2) , (3, -1)$$

La zona del plano que contiene a $(0, 0)$ no cumple la desigualdad.

$$x + y \leq 5 \rightarrow x + y = 5 \rightarrow \text{Puntos } (0, 5) , (5, 0)$$

La zona del plano que contiene a $(0, 0)$ cumple la desigualdad.



El punto A se obtiene como intersección de las rectas que forman el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \rightarrow \text{Restamos} \rightarrow 4y = -1 \rightarrow y = \frac{-1}{4} \rightarrow x = \frac{21}{4}$$

El punto B se obtiene como intersección de:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 3y = 6 \end{cases} \rightarrow \text{Restamos} \rightarrow 5y = -5 \rightarrow y = -1 \rightarrow x = 3$$

El punto C se obtiene como intersección de:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow \text{Restamos} \rightarrow y = -4 \rightarrow x = 9$$

El segmento \overline{CB} es solución del sistema de inecuaciones de partida, salvo en el punto $B(3, -1)$.

El segmento \overline{CA} es solución del sistema de inecuaciones de partida, salvo en el punto $A\left(\frac{-1}{4}, \frac{21}{4}\right)$.

El segmento \overline{AB} no es solución, al pertenecer a la recta $x - 3y - 6 = 0$, que está asociada a una desigualdad que no contiene al signo igual.