

## SISTEMAS LINEARES

Dado um polinômio  $ax_1+bx_2+cx_3$  e uma igualdade, ou seja,  $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3=b$  teremos nesta maneira uma equação linear onde as letras:  $a_1, a_2, a_3$  são os coeficientes,  $x_1, x_2$  e  $x_3$  são as variáveis e  $b$  é o termo independente.

A solução de uma equação linear são os valores para os quais se atribuídos às variáveis, faz ser verdadeira a igualdade com o termo independente.

Um sistema linear é um conjunto de duas ou mais equações lineares que podem ser representados da seguinte maneira.

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b$$

$$a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=c$$

$$a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=d \quad \text{e pode ser reescrito na forma de produto matricial.}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}_{3 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} x \\ x \\ x \end{pmatrix}_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}_{3 \times 1}$$

Uma das maneiras em se encontrar a solução do sistema linear é pela regra de Cramer que é feita da seguinte forma:

$$\text{Seja } M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

E o sistema.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = c$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = d$$

Colocaremos em forma matricial.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}_{3 \times 3} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_{3 \times 1} = \begin{pmatrix} b \\ c \\ d \end{pmatrix}_{3 \times 1}$$

E em seguida encontraremos os seguintes determinantes.

det M

det M1

det M2

det M3

Onde:

det M é o determinante da matriz M

det M1 é o determinante da matriz M trocando-se a 1º coluna pela coluna dos termos independentes.

det M2 é o determinante da matriz M trocando-se a 2º coluna pela coluna dos termos independentes.

det M3 é o determinante da matriz M trocando-se a 3º coluna pela coluna dos termos independentes.

E dividindo:

Det M1/det M

Det M2/det M

Det M3/det M encontramos o conjunto solução do sistema.

**É importante lembrar que:**

Se:

$\text{Det } M \neq 0$  então o sistema é possível e determinado (SPD).

$\text{Det } M$  diferente de 0 e pelo menos uma das razões ( $\text{Det } M1/\text{det } M$ ,  $\text{Det } M2/\text{det } M$ ,  $\text{Det } M3/\text{det } M$ ) também diferente de zero, então o sistema será impossível.

$\text{Det } M$  diferente de 0 e nenhuma das razões ( $\text{Det } M1/\text{det } M$ ,  $\text{Det } M2/\text{det } M$ ,  $\text{Det } M3/\text{det } M$ ) diferente de zero, então o sistema será possível e indeterminado.

Faça o seguinte: vamos expressar no GeoGebra o sistema  $a+b=0$   
 $a-b=0$

Na caixa de entrada, construa em sequência os seguintes comandos:  $M=\{\{a,b\},\{a,-b\}\}$ ;  
 $X1=\{\{a,0\},\{a,0\}\}$ ;  $X2=\{\{0,b\},\{0,-b\}\}$ .

Na janela CAS digite:  $x1=\text{Determinante}[X1]/\text{Determinante}[M]$ ;  
 $\text{Determinante}[X2]/\text{Determinante}[M]$ ;  $S=\{\{x1\},\{x2\}\}$ ; e  $\text{Prova}=M*S$ . Veja nossa calculadora para solução de Determinantes.

O software solicitará a criação de controles deslizantes, basta aceitar, a final, nos serão uteis.

