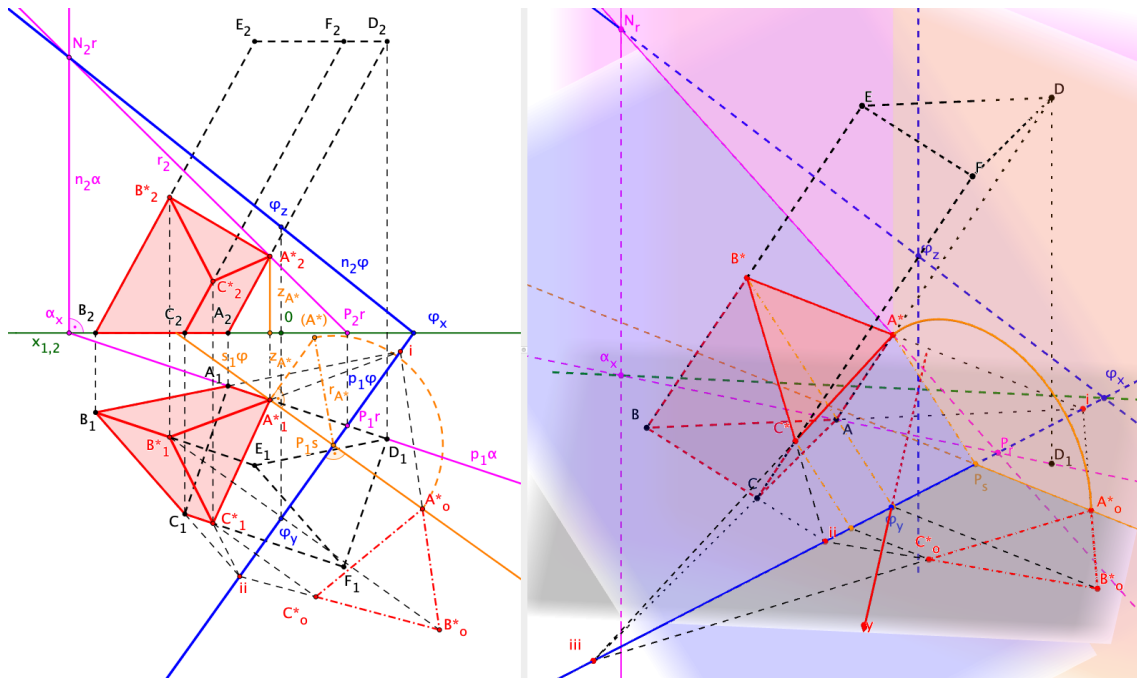


Kapitola 1

Řezy těles

1.1 Řez tělesa rovinou

1.1.1 Řez kosého hranolu rovinou - MP



Na jedné z bočních hran tělesa najdeme první bod řezu. Touto hranou proložíme pomocnou rovinu např. kolmou k půdorysně, průsečnice pomocné roviny a roviny řezu určí průsečík. Body řezu na dalších hranách najdeme pomocí afinity. Otočením roviny řezu a rovin stěn do půdorysny můžeme sestrojít síť seříznuté části tělesa.

1. na hraně AD najdeme bod A^* řezu

a) hranou AD proložíme pomocnou rovinu α kolmou k půdorysně:

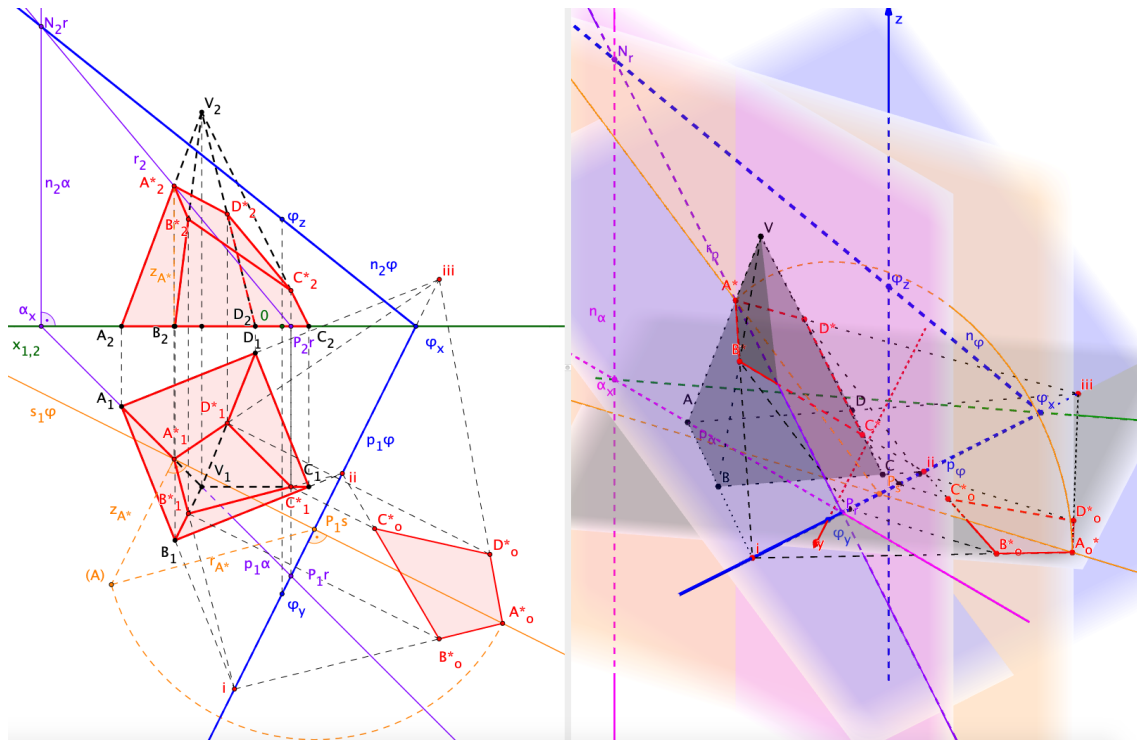
$$A_1D_1 = p_1\alpha; \quad p_1\alpha \cap x_{1,2} = \alpha_x \\ \alpha_x \in n_2\alpha \perp x_{1,2}$$

b) najdeme průsečnici r rovin φ a α :

$$p_1\varphi \cap p_1\alpha = P_1r \xrightarrow{ord} P_2r \in x_{1,2} \\ n_2\varphi \cap n_2\alpha = N_2r \xrightarrow{ord} N_1r \equiv \alpha_x \\ r : \quad r_1 = P_1rN_1r = p_1\alpha \\ \quad r_2 = P_2rN_2r$$

- c) hledaný první bod řezu A^* je průsečíkem AD a r :
 $A_2D_2 \cap r_2 = A_2^* \xrightarrow{ord} A_1^* \in A_1D_1$
2. k nalezení dalších bodů řezu můžeme prokládat další pomocné roviny hranami nebo vyjijeme **osovou afinitu**
- a) osová afinita mezi rovinou řezu φ a rovinou dolní podstavy, což je půdorysna $\pi(xy)$ je určena osou a dvojicí odpovídajících si bodů
 osa: $\varphi \cap \pi(xy) = p_1\varphi$
 dvojice bodů: $A_1 \rightarrow A_1^*$
 osová afinita: $\mathcal{A}(p_1\varphi; A_1 \rightarrow A_1^*)$
- b) pomocí afinity \mathcal{A} najdeme bod B^* :
 $\mathcal{A} : B_1 \rightarrow B_1^*$
 $B_1A_1 \cap p_1\varphi = i$ (samodružný bod afinity)
 $iA_1^* \cap B_1E_1 = B_1^* \xrightarrow{ord} B_2^* \in B_2E_2$
- c) pomocí afinity \mathcal{A} najdeme bod C^* :
 $\mathcal{A} : C_1 \rightarrow C_1^*$
 $C_1B_1 \cap p_1\varphi = ii$ (samodružný bod afinity)
 $iiB_1^* \cap C_1F_1 = C_1^* \xrightarrow{ord} C_2^* \in C_2F_2$
3. pro určení viditelnosti si musíme vybrat, zda ji stanovíme pro část tělesa, která zůstala „pod“ nebo „nad“ rovinou řezu, v tomto případě volíme část „pod“ rovinou a proto část „nad“ zůstane jenom čárkovane naznačena
- a) vytáhneme silně obrysy v půdorysně i nárýsně:
 $\pi(xy) - A_1B_1C_1C_1^*A_1^*$
 $\nu(xz) - A_2C_2B_2B_2^*A_2^*$
- b) v půdorysně určíme zda je bod B_1^* viditelný:
 buď vyjdeme z toho, že B^* má nejvyšší z -kótu ze všech bodů nebo např. průsečík úseček A_1B_1 a B_1E_1 - na AB má z -kótu 0, na BE mezi 0 – 10, takže určitě výš
- b) v nárýsně určíme zda je bod C_2^* viditelný:
 vyjdeme z toho, že C^* má největší y -kótu ze všech bodů
- c) seříznutá část „pod“ rovinou řezu nezakrývá stopy, takže je můžeme vytáhnout silně
4. otočení obrazce řezu do půdorysny
 $A_1^* \in s_1\varphi \perp p_1\varphi; \quad s_1\varphi \cap p_1\varphi = P_1s \equiv (Ps)$
 $A_1^* \xrightarrow{skl} (A^*) : z_{A^*} = v(A_2^*, x_{1,2})A_1^*(A^*); \quad r_{A^*} = |P_1s(A^*)| = |P_1sA_o^*|$
- $\mathcal{A}(p_1\varphi; A_1^* \rightarrow A_o^*) : B_1^* \rightarrow B_o^*$
 $B_1^*A_1^* \cap p_1\varphi = i = B_o^*A_o^* \cap p_1\varphi; \quad B_1^*B_o^* \perp p_1\varphi$
- $\mathcal{A}(p_1\varphi; A_1^* \rightarrow A_o^*) : C_1^* \rightarrow C_o^*$
 $C_1^*B_1^* \cap p_1\varphi = ii = C_o^*B_o^* \cap p_1\varphi; \quad C_1^*C_o^* \perp p_1\varphi$

1.1.2 Řez kosého jehlanu rovinou - MP



Na jedné z bočních hran tělesa najdeme první bod řezu. Touto hranou proložíme pomocnou rovinu např. kolmou k půdorysně, průsečnice pomocné roviny a roviny řezu určí průsečík. Body řezu na dalších hranách najdeme pomocí kolineace. Otočením roviny řezu a rovin stěn do půdorysny můžeme sestavit síť seříznuté části tělesa.

1. na hraně AV najdeme bod A^* řezu

a) hranou AV proložíme pomocnou rovinu α kolmou k půdorysně:

$$A_1V_1 = p_1\alpha; \quad p_1\alpha \cap x_{1,2} = \alpha_x$$

$$\alpha_x \in n_2\alpha \perp x_{1,2}$$

b) najdeme průsečnici r rovin φ a α :

$$p_1\varphi \cap p_1\alpha = P_1r \xrightarrow{ord} P_2r \in x_{1,2}$$

$$n_2\varphi \cap n_2\alpha = N_2r \xrightarrow{ord} N_1r \equiv \alpha_x$$

$$r: \quad r_1 = P_1rN_1r = p_1\alpha$$

$$r_2 = P_2rN_2r$$

c) hledaný první bod řezu A^* je průsečíkem AV a r :

$$A_2V_2 \cap r_2 = A_2^* \xrightarrow{ord} A_1^* \in A_1V_1$$

2. k nalezení dalších bodů řezu můžeme prokládat další pomocné roviny hranami nebo využijeme **středovou kolineaci**

a) středovou kolineaci mezi rovinou řezu φ a rovinou dolní podstavy, což je půdorysna $\pi(xy)$ je určena vrcholem, osou a dvojicí odpovídajících si bodů vrchol: V_1

$$\text{osa: } \varphi \cap \pi(xy) = p_1\varphi$$

$$\text{dvojice bodů: } A_1 \longrightarrow A_1^*$$

$$\text{středová kolineace: } \mathcal{K}(V_1, p_1\varphi; A_1 \longrightarrow A_1^*)$$

- b) pomocí kolineace \mathcal{K} najdeme bod B^* :

$$\begin{aligned}\mathcal{K} : B_1 &\longrightarrow B_1^* \\ B_1 A_1 \cap p_1 \varphi &= i \text{ (samodružný bod kolineace)} \\ i A_1^* \cap B_1 V_1 &= B_1^* \xrightarrow{ord} B_2^* \in B_2 V_2\end{aligned}$$

- c) pomocí kolineace \mathcal{K} najdeme bod C^* :

$$\begin{aligned}\mathcal{K} : C_1 &\longrightarrow C_1^* \\ C_1 B_1 \cap p_1 \varphi &= ii \text{ (samodružný bod kolineace)} \\ ii B_1^* \cap C_1 V_1 &= C_1^* \xrightarrow{ord} C_2^* \in C_2 V_2\end{aligned}$$

- d) pomocí kolineace \mathcal{K} najdeme bod D^* :

$$\begin{aligned}\mathcal{K} : D_1 &\longrightarrow D_1^* \\ D_1 A_1 \cap p_1 \varphi &= iii \text{ (samodružný bod kolineace)} \\ iii A_1^* \cap D_1 V_1 &= D_1^* \xrightarrow{ord} D_2^* \in D_2 V_2\end{aligned}$$

3. pro určení viditelnosti si musíme vybrat, zda ji stanovíme pro část tělesa, která zůstala „pod“ nebo „nad“ rovinou řezu, v tomto případě volíme část „pod“ rovinou a proto část „nad“ zůstane jenom čárkovaně naznačena

- a) vytáhneme silně obrysy v půdorysně i nárysně:

$$\begin{aligned}\pi(xy) &- A_1 B_1 C_1 D_1 \\ \nu(xz) &- A_2 C_2 C_2^* D_2^* A_2^*\end{aligned}$$

- b) v půdorysně určíme zda je obrazec řezu viditelný:

vyjdeme z toho, že V má nejvyšší z -kótu ze všech bodů, body řezu ležící na hranách mají sice nižší z -kóty, ale nejsou ničím zastíněny

- b) v nárysně určíme zda je bod B_2^* viditelný:

vyjdeme z toho, že B_1^* má největší y -kótu ze všech bodů, takže B_2^* je viditelný, neviditelná je pouze hrana $D_2 D_2^*$

- c) seříznutá část „pod“ rovinou řezu nezakrývá stopy, takže je můžeme vytáhnout silně

4. otočení obrazce řezu do půdorysny

$$\begin{aligned}A_1^* &\in s_1 \varphi \perp p_1 \varphi; \quad s_1 \varphi \cap p_1 \varphi = P_1 s \equiv (Ps) \\ A_1^* &\xrightarrow{skl} (A^*) : z_{A^*} = v(A_2^*, x_{1,2}) A_1^*(A^*); \quad r_{A^*} = |P_1 s(A^*)| = |P_1 s A_o^*|\end{aligned}$$

pro odvození dalších bodů použijeme **osovou afinitu**: $\mathcal{A}(p_1 \varphi; A_1^* \longrightarrow A_o^*)$

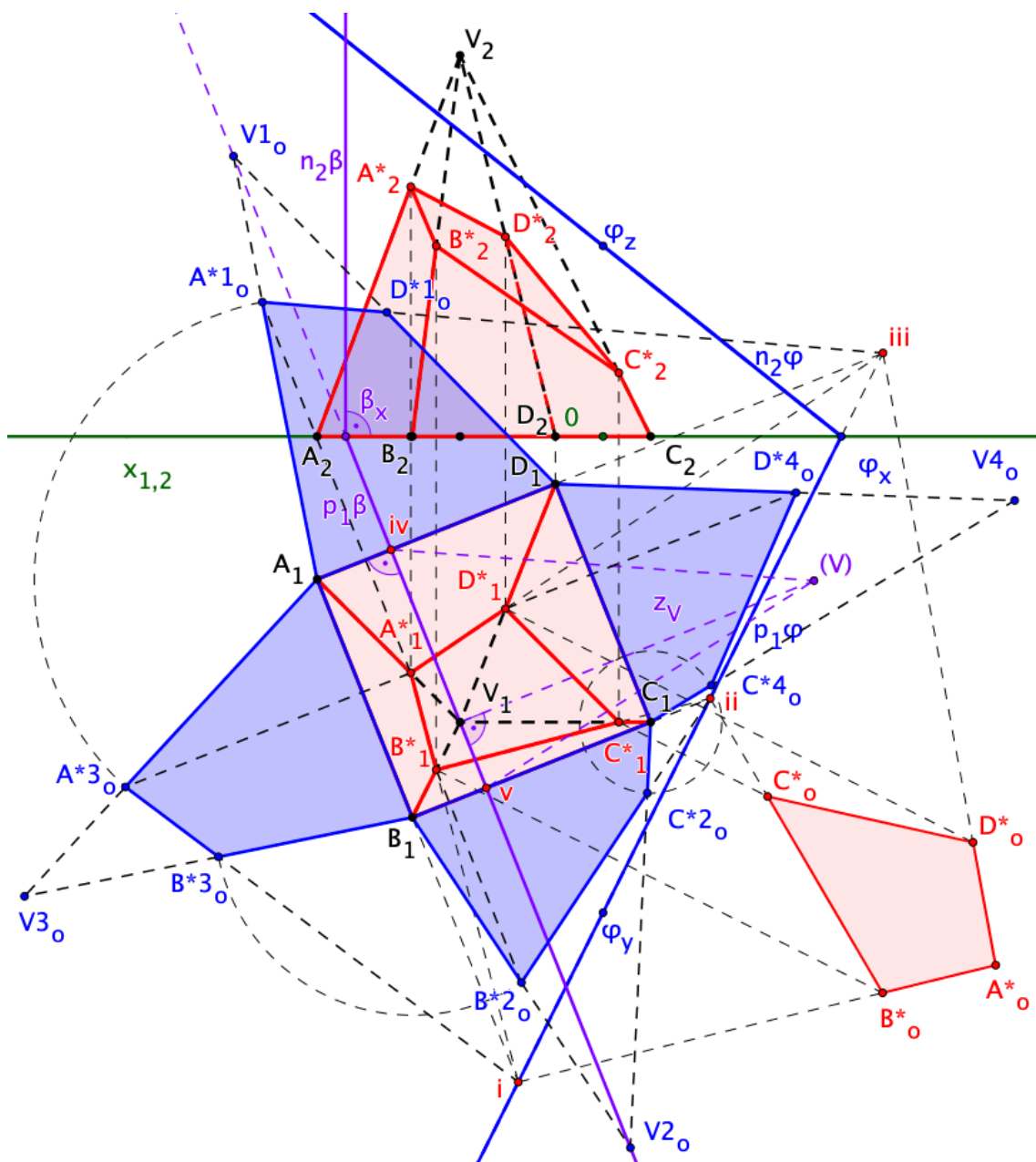
$$\begin{aligned}\mathcal{A}(p_1 \varphi; A_1^* \longrightarrow A_o^*) : B_1^* &\longrightarrow B_o^* \\ B_1^* A_1^* \cap p_1 \varphi = i &= B_o^* A_o^* \cap p_1 \varphi; \quad B_1^* B_o^* \perp p_1 \varphi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(p_1 \varphi; A_1^* \longrightarrow A_o^*) : C_1^* &\longrightarrow C_o^* \\ C_1^* B_1^* \cap p_1 \varphi = ii &= C_o^* B_o^* \cap p_1 \varphi; \quad C_1^* C_o^* \perp p_1 \varphi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(p_1 \varphi; A_1^* \longrightarrow A_o^*) : D_1^* &\longrightarrow D_o^* \\ D_1^* A_1^* \cap p_1 \varphi = iii &= D_o^* A_o^* \cap p_1 \varphi; \quad D_1^* D_o^* \perp p_1 \varphi\end{aligned}$$

1.2 Síť tělesa

1.2.1 Síť seříznuté části kosého jehlanu - MP



Otočíme roviny bočních stěn do půdorysny, protože těleso na půdorysně stojí, budou osami otáčení přímo hrany podstavy.

1. vrcholem V proložíme pomocnou rovinu β kolmo k $\pi(xy)$ a kolmo k hranám A_1D_1, B_1C_1 :
 $V_1 \in p_1\beta \perp A_1D_1(\perp B_1C_1)$
 sklopíme β do $\pi(xy)$:
 $|(V)V_1| = z_v = v(V_2, x_{1,2}) \quad \wedge \quad (V)V_1v \perp p_1\beta$
2. otočíme stěnu ADV :
 $|iv(V)| = |ivV1_o| \quad \wedge \quad V1_o \in p_1\beta$
 $A_1 \equiv A1_o, D_1 \equiv D1_o \implies \triangle A_1D_1V1_o$
 $A_1^* \xrightarrow{p_1\beta} A^*1_o \in A_1V1_o$
 $D_1^* \xrightarrow{p_1\beta} D^*1_o \in D_1V1_o$

3. otočíme stěnu BCV :

$$|v(V)| = |vV2_o| \quad \wedge \quad V2_o \in p_1\beta$$

$$B_1 \equiv B1_o, C_1 \equiv C1_o \quad \implies \quad \triangle B_1C_1V2_o$$

$$B_1^* \xrightarrow{\perp A_1D_1} B^*1_o \in B_1V2_o$$

$$C_1^* \xrightarrow{\perp A_1D_1} C^*1_o \in C_1V2_o$$

4. otočíme stěnu ABV :

protože už známe skutečnou velikost hran AV, BV nemusíme sklápět další pomocnou rovinu, ale rovnou sestrojíme otočený trojúhelník $A_1B_1V3_o$:

$$|V3_oA_1| = |V1_oA_1| \quad \wedge \quad |V3_oB_1| = |V2_oB_1| \quad \implies \quad \triangle A_1B_1V3_o$$

body řezu můžeme rotovat kolem příslušných půdorysných vrcholů podstavy:

$$rot(A_1) : A^*1_o \longrightarrow A^*3_o$$

$$rot(B_1) : B^*2_o \longrightarrow B^*3_o$$

5. otočíme stěnu CDV :

$$|V4_oC_1| = |V2_oC_1| \quad \wedge \quad |V4_oD_1| = |V1_oD_1| \quad \implies \quad \triangle C_1D_1V4_o$$

body řezu můžeme rotovat kolem příslušných půdorysných vrcholů podstavy:

$$rot(C_1) : C^*2_o \longrightarrow C^*4_o$$

$$rot(D_1) : D^*1_o \longrightarrow D^*4_o$$