Et særligt fjerdegradspolynomium.

#Primtal, #heltallige ekstrema, #skæringspunkter.

Betragt $f(x) = -\frac{1}{16}x^4 + \frac{41}{2}x^3 \; + \; 4$

For primtals- og heltalsentusiaster er dette polynomium måske interessant.

Dette fjerdegradspolynomium har nemlig kun et ekstremumspunkt (det globale minimum) og det er heltalligt, den globale minimumsværdi for polynomiet er primtallet 76.295.551.

Polynomiet har desuden heltallige vendepunkter og heltallige skæringspunkter med $g(x) = 41x^2 \; - \; 82x \; + \; 167$, som har heltalligt toppunkt.

De to heltallige skæringspunkter er hhv. $(326, 4330751)$ og $(2, 167)$.

Her er også 167 et primtal. y-koordinaten 4330751 er 'næsten' et primtal, det er et produkt af primtallene 1699 og 2549.

Jeg fandt polynomiet ved relativt simple ligninger og omskrivninger idet jeg begyndte med at betragte dette problem: Der ønskes et fjerdegrads- og andengradspolynomium med to heltallige skæringspunkter og hvor fjerdegradspolynomiet har et heltalligt globalt minimum (og kun et ekstrema). Derfra 'manipulerede jeg lidt' og brugte i den forbindelse GeoGebra som hjælpemiddel, også til at undersøge nogle udvalgte eksempler på sådanne fjerdegradspolynomier.

Heine Strømdahl, 28-12-2023.

Bilag på næste side↓

CAS

1	f(x) → $\frac{-1}{16} x^4 + \frac{41}{2} x^3 + 4$
2	Ekstremum(f(x)) → $\{(246, 76295551)\}$
3	Faktorer(f(246)) → $\begin{pmatrix} 76295551 & 1 \end{pmatrix}$
4	g(x) → $41 x^2 - 82 x + 167$
5	f(x)=g(x) Beregn: $\{x = 2, x = 326\}$
6	Ekstremum(f'(x)) → $\{(0, 0), (164, 551368)\}$