35 FE. Formes estructurals

35.2 FE. Transformació d'un paraboloide hiperbòlic
35.3 FE. Paraboloide hiperbòlic en paraboloide hiperbòlic
35.4 FE. Conjunt de 20 paraboloides hiperbòlics
35.5 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. A
35.6 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. B
35.7 FE. Paraboloide hiperbòlic en esfera
35.8 FE. Conjunt de 22 paraboloides hiperbòlics
35.9 FE. Dos paraboloides hiperbòlics acoblats
35.10 FE. Paraboloides hiperbòlics en hexàgons girats. A
35.11 FE. Paraboloides hiperbòlics en hexàgons girats. B
35.12 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. C
35.13 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. D

Un paraboloide hiperbòlic es pot definir amb l'equació $z= x^2/a^2-y^2/b^2$ en la qual a i b són constants. Però el conjunt d'aplicacions 35.2 a 35.13 estudien els paraboloides hiperbòlics des del punt de vista estètic o plàstic. Es tracta d'aprofitar les qualitats del programa GeoGebra per gaudir de les formes i dels moviments que es poden fer de manera molt simple amb els paraboloides hiperbòlics. Les principals característiques d'aquests són les següents:

.1 Són fàcils de construir. Es suficient dividir els costats d'un quadrilàter en parts iguals i traçar línies per unir-les en correspondència per obtenir formes molt interessants.

.2 Són superfícies reglades, és a dir, les línies que uneixen les parts en què s'han dividit els costats del quadrilàter són segments rectes. Aquesta característica sempre s'ha aprofitat en l'àmbit constructiu del formigó armat. Efectivament, les línies que caracteritzen els paraboloides hiperbòlics, o les generatrius, poden ser els llistons d'encofrat sobre els quals es pot buidar el cubilot de formigó. És a dir, que amb línies rectes podem obtenir superfícies guerxes que tenen un sentit estructural.

3. Les aplicacions que es donen a continuació s'han d'interpretar com a propostes. En la majoria d'elles, les variacions que es poden efectuar poden ser millors que la pròpia proposta. I les variacions poden ser infinites.

.4 Totes les aplicacions que s'expliquen en aquesta memòria estan extretes o inspirades en el llibre '*Geometria e Strutture' d'Aterino Aterini-Roberto Corazzi-Ugo Saccardi* de *l'Università degli studi di Ferenze del Dipartimento di Progettazione dell'Architettura* editat per *Alinea Editrice* el 1990.

.5 Les aplicacions no disposen d'escala de longituds. Això vol dir que les longituds es troben en unitats GeoGebra (GoG). Si es volgués variar d'escala s'haurien de multiplicar o dividir els valors que es troben en els punt lliscants per un factor d'escala.

35.2 FE. Transformació d'un paraboloide hiperbòlic

Tenim un rectangle A-B-C-D que és la base d'un paraboloide hiperbòlic amb 8 generatrius a cada costat. Les dimensions d'aquest rectangle es defineixen amb dos punts mòbils, un situat al costat A-B que es mou verticalment, i un altre situat al costat B-D, que es mou horitzontalment. Quatre punts lliscants s'encarreguen de moure, en direcció vertical, els quatre vèrtexs del rectangle donant forma al paraboloide hiperbòlic (hA, hB, hC, i hD). De cadascuna de les interseccions de les generatrius apareix un segment vertical d'altura H, que també es regula per un punt lliscant.

Unint la part superior d'aquets segments amb les tres (o quatre en alguns casos) interseccions de generatrius que es troben al seu voltant, es crearan triangles (de color blau a l'aplicació). El moviment, conjunt o no, tant dels triangles com del paraboloide hiperbòlic crearà la transformació d'aquest (fig. 35.1).

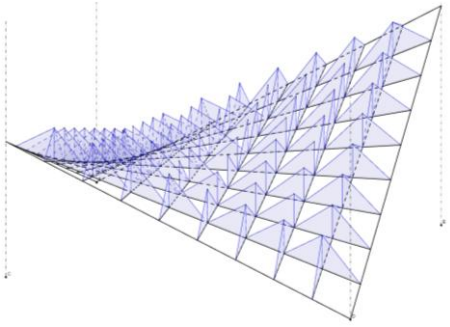

Fig. 35.1

35.3 FE. Paraboloide hiperbòlic en paraboloide hiperbòlic

Tenim un rectangle A-B-C-D, que és la base d'un paraboloide hiperbòlic, amb 15 generatrius a cada costat. Les dimensions d'aquest rectangle es defineixen amb dos punts mòbils, un situat al costat A-B, que es mou verticalment, i un altre situat al costat B-D, que es mou horitzontalment. Quatre punts lliscants s'encarreguen de moure, en direcció vertical, els quatre vèrtexs del rectangle donant forma al paraboloide hiperbòlic (hA, hB, hC, i hD). En un punt determinat apareix un altre paraboloide hiperbòlic E-

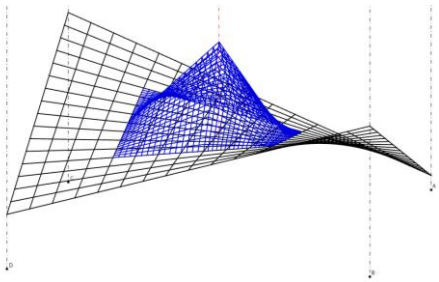

Fig. 35.2

F-G-H col·locat al damunt de l'anterior, de color blau a l'aplicació, i que disposa de 7 generatrius segons el costat E-F i de 6 segons el costat E-G. Dos punts lliscants permeten traslladar verticalment els vèrtexs E, F, G i H (hp) i el punt central O (hc) per damunt de la forma del paraboloide hiperbòlic inferior. D'aquesta manera, en moure el paraboloide hiperbòlic inferior es mou el superior mentre que el moviment d'aquest últim no implica l'inferior (fig. 35.2).

35.4 FE. Conjunt de 20 paraboloides hiperbòlics

Es disposa de 20 triangles col·locats de la manera que s'indica a la aplicació, amb vèrtexs numerats de l'A a la Q. Els vèrtexs H i P són mòbils, H en direcció vertical i P en direcció vertical, de tal manera que, en moure'ls, el conjunt de triangles modifiquen la seva forma de conjunt, cosa que es comprova amb el valor de l'angle α. Els triangles no són, en conseqüència, necessàriament equilàters. Aproximadament la meitat dels vèrtexs amb punts similars a l'A disposen de dues altures hA i hAs. L'altra meitat, amb punts similars al D, es dona una sola altura hD. Aquests altures es troben en tres corresponents punts lliscants que, amb el seu moviment, provoquen que els 20 paraboloides hiperbòlics adoptin formes similars a la que es veu a la figura 35.3. Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i, amb

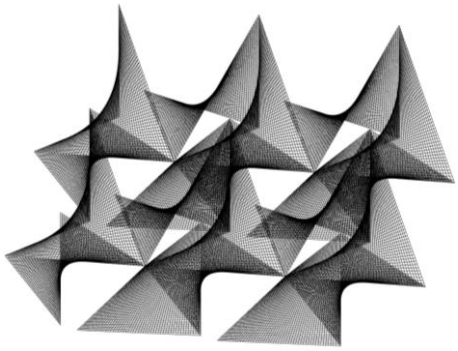

Fig. 35.3

translacions, girs i simetries s'ha creat el conjunt. Això permet un nombre indefinit de generatrius n que, en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 100.

35.5 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. A

Es parteix d'un hexàgon de vèrtexs A-B-C-D-E-F i centre O. Unint els vèrtexs amb el centre es creen 6 triangles equilàters amb angles de 60°. El punt A és mòbil i, amb moviment vertical, permet variar les dimensions de l'hexàgon. Es donen dos punts lliscants amb valors que únicament afecten l'altura del punt O, hOi i hOs. Els vèrtexs de l'hexàgon queden estàtics a la cota 0 de GeoGebra. Per tant, únicament la dimensió del segment Oi-Os és la que donarà moviment als 6 paraboloides hiperbòlics com el que es veu a la figura 35.4. Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i, amb translacions, girs i simetries s'ha creat el conjunt.

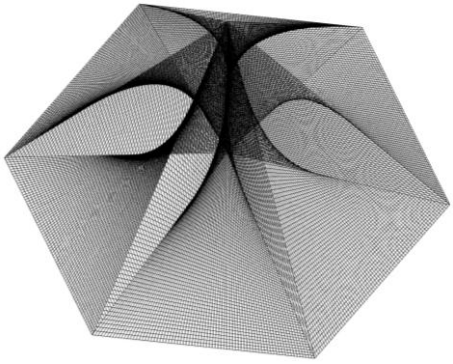

Fig. 35.4

Això permet un nombre indefinit de generatrius n que, en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 100.

35.6 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. B

Es parteix d'un hexàgon de vèrtexs A-B-C-D-E-F i centre O. Unint els vèrtexs amb el centre es creen 6 triangles equilàters amb angles de 60°. El punt A és mòbil i, amb moviment vertical, permet variar les dimensions de l'hexàgon. Es dona un punt lliscant amb valors que únicament afecten l'altura dels punts A, C, D, E i O h. Els altres queden estàtics a la cota 0 de GeoGebra. La figura resultant és estranya (fig. 35.5). Fent h= 0 es veurà millor la generació dels 6 paraboloides hiperbòlics. Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i, amb translacions, girs i simetries s'ha creat el conjunt. Això permet un nombre indefinit de generatrius n que,

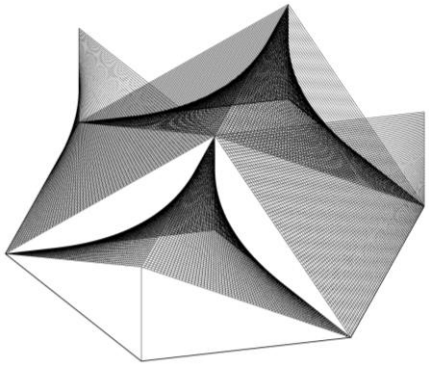

Fig. 35.5

en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 100.

35.7 FE. Paraboloide hiperbòlic en esfera

Es parteix d'una esfera de radi R amb valors que es troben en un punt lliscant. Un punt de control permet la seva visualització. El centre de l'esfera es troba en el centre de coordenades d'un sistema de 3D, x, y, z. A partir d'aquí es creen dos models de paraboloides hiperbòlics. El primer és a base d'adoptar l'eix z i el pla xy. El segon adopta l'eix x i el pla yz més l'eix y i el pla xz. Aquests models es troben amb un punt lliscant que, a part de definir els dos models anteriors, permet un tercer model que resulta de la suma dels dos anteriors (fig. 35.6). Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i amb translacions, girs i, simetries s'ha creat el conjunt. Això permet un nombre indefinit de generatrius n que, en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 200.

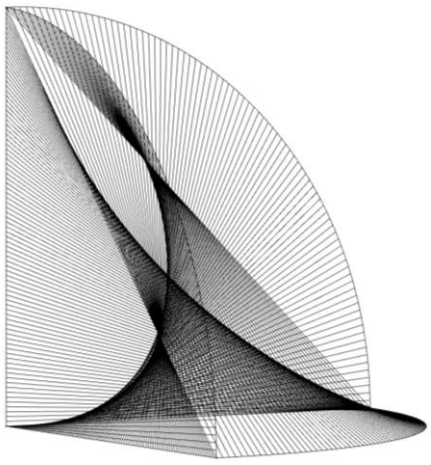

Fig. 35.6

35.8 FE. Conjunt de 22 paraboloides hiperbòlics

Es tracta de 22 triangles equilàters de costat L (punt lliscant) col·locats de la manera que s'indica a l'aplicació i també a la figura 35.7. Els triangles s'aparellen entre ells formant rombes (en total són 11 rombes més un de desaparellat). Des d'un dels vèrtexs dels rombes, sempre el mateix, es tracen segments perpendiculars a la base, és a dir, altures de valor H indicades en un punt lliscant. En conseqüència, el moviment dels paraboloides hiperbòlics s'aconsegueix donant valors a H. Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i, amb translacions, girs i simetries s'ha creat el conjunt. Això permet un nombre indefinit de generatrius n que, en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 100.

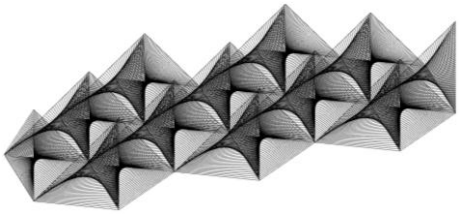

Fig. 35.7

35.9 FE. Dos paraboloides hiperbòlics acoblats

Suposem dos quadrats A-B-C-O i D-E-F-P de tal forma acoblats, que el punt P és el centre del primer quadrat i O el centre del segon. La línia de acoblament és C-G, perpendicular a la línia O-P. La magnitud de l'acoblament C-G és variable, de longitud L, i es controla amb un punt lliscant. A continuació es donen dos punts lliscants més. El primer, Ha permet alçar els vèrtexs A i E. El segon alça els vèrtexs O i P (fig. 35.8). Els altres vèrtexs es mantenen a la cota 0 de GeoGebra. Com es comprova, les generatrius han estat construïdes a mà sense la col·laboració de la instrucció 'seqüencia'. És per això que el nombre de generatrius és fix.

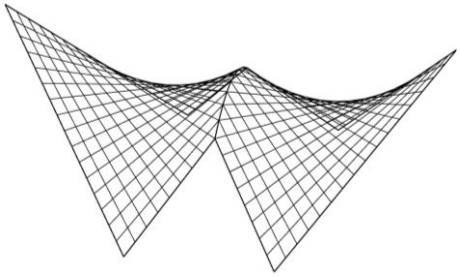

Fig. 35.8

35.10 FE. Paraboloides hiperbòlics en hexàgons girats. A

Es donen dos hexàgons 'Hexagon 1' i 'Hexàgon 2' concèntrics de costats L1 i L2 respectivament. Cal que es doni la condició que un estigui girat 30° amb referència a l'altre. Amb dos punts lliscants es donen les altures d'un, H1, i de l'altre, H2. Amb els quadrilàters que es formen unint els costats veïns, però girats, es formen els 6 paraboloides hiperbòlics encadenats, com es veu, amb un aspecte formal molt interessant. Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i, amb translacions, girs i simetries s'ha creat el conjunt. Això permet un nombre indefinit de generatrius n que, en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 100.

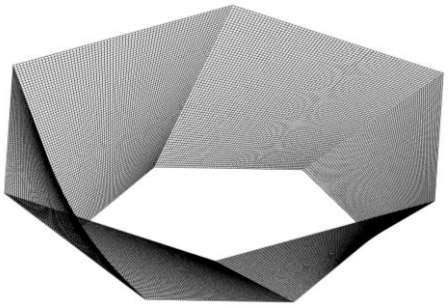

Fig. 35.9

35.11 FE. Paraboloides hiperbòlics en hexàgons girats. B

La present aplicació és una extensió de l'anterior 35.10. Una vegada constituïda aquesta, els 6 paraboloides hiperbòlics es reprodueixen i s'uneixen de la manera que es veu a la figura 35.10, formant un conjunt de 7 figures amb un total de 42 paraboloides hiperbòlics.

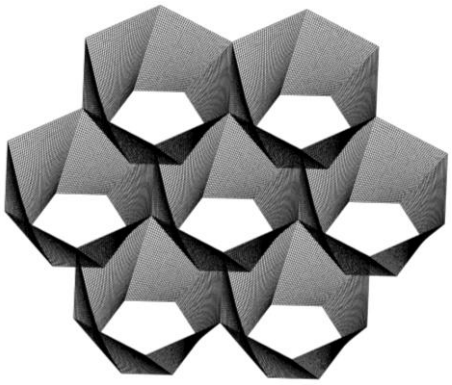

Fig. 35.10

35.12 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. C

Es parteix d'un hexàgon de vèrtexs A-B-C-D-E-F i centre O. Unint els vèrtexs amb el centre es creen 6 triangles equilàters amb angles de 60°. El punt A és mòbil, i amb moviment vertical, permet variar les dimensions de l'hexàgon. Als vèrtexs B, D i F, és a dir, els vèrtexs alternats se'ls permet alçar-se amb el valor h determinat per un punt lliscant. Els altres vèrtexs A, C, E i el centre O romanen a la cota 0 de GeoGebra. D'aquesta manera, es formen 6 paraboloides hiperbòlics amb figures similars a la 35.11. Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i, amb translacions, girs i simetries s'ha creat el conjunt. Això permet un nombre indefinit de generatrius n que, en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 150.

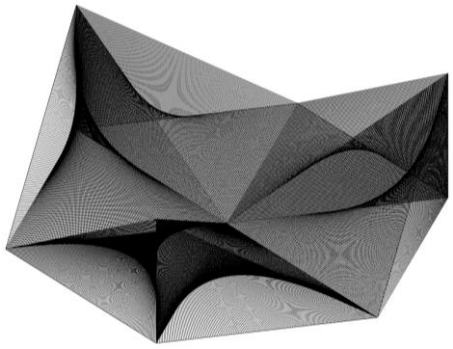

Fig. 35.11

35.13 FE. Conjunt de 6 paraboloides hiperbòlics. D

Es tracta de 6 triangles equilàters, de costat L calculable, col·locats de la forma que es veu a la figura 35.12. El punt A és mòbil i, amb moviment vertical, permet variar les dimensions dels triangles i dels paraboloides hiperbòlics. Els vèrtexs A, C, E i G del rombe central es poden alçar amb el valor h del punt lliscant corresponent. Els vèrtexs restants B, D, F i H romanen a la cota 0 de GeoGebra. D'aquesta manera, es formen 6 paraboloides hiperbòlics amb figures similars a la figura 35.13. Els paraboloides hiperbòlics s'han creat amb la instrucció 'seqüencia' de GeoGebra i, amb translacions, girs i simetries s'ha creat el conjunt. Això permet un nombre indefinit de generatrius n que, en aquest cas, ha estat de mínim 1 i màxim 150.

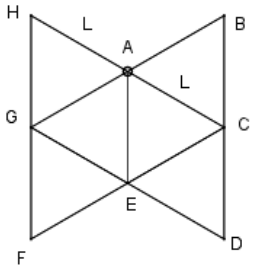

Fig. 35.12

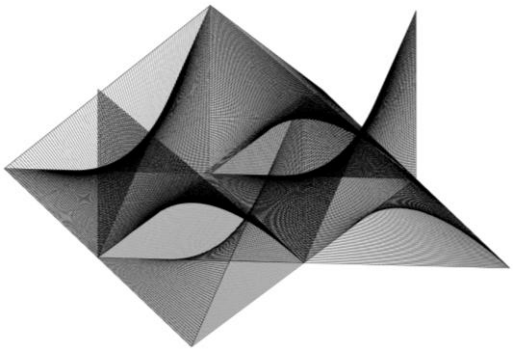

Fig. 35.13