Exercícios:

Construa separadamente uma representação de arcos com:

a) Uma volta e meia

b) Três voltas

c) $(2 \pi + \pi/2)$

d) $(2 \pi.3 + \pi/2)$

Construa separadamente arcos simétricos:

a) Pelo eixo das abscissas

b) Pelo eixo das ordenadas

c) Pela origem do plano cartesiano.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS:

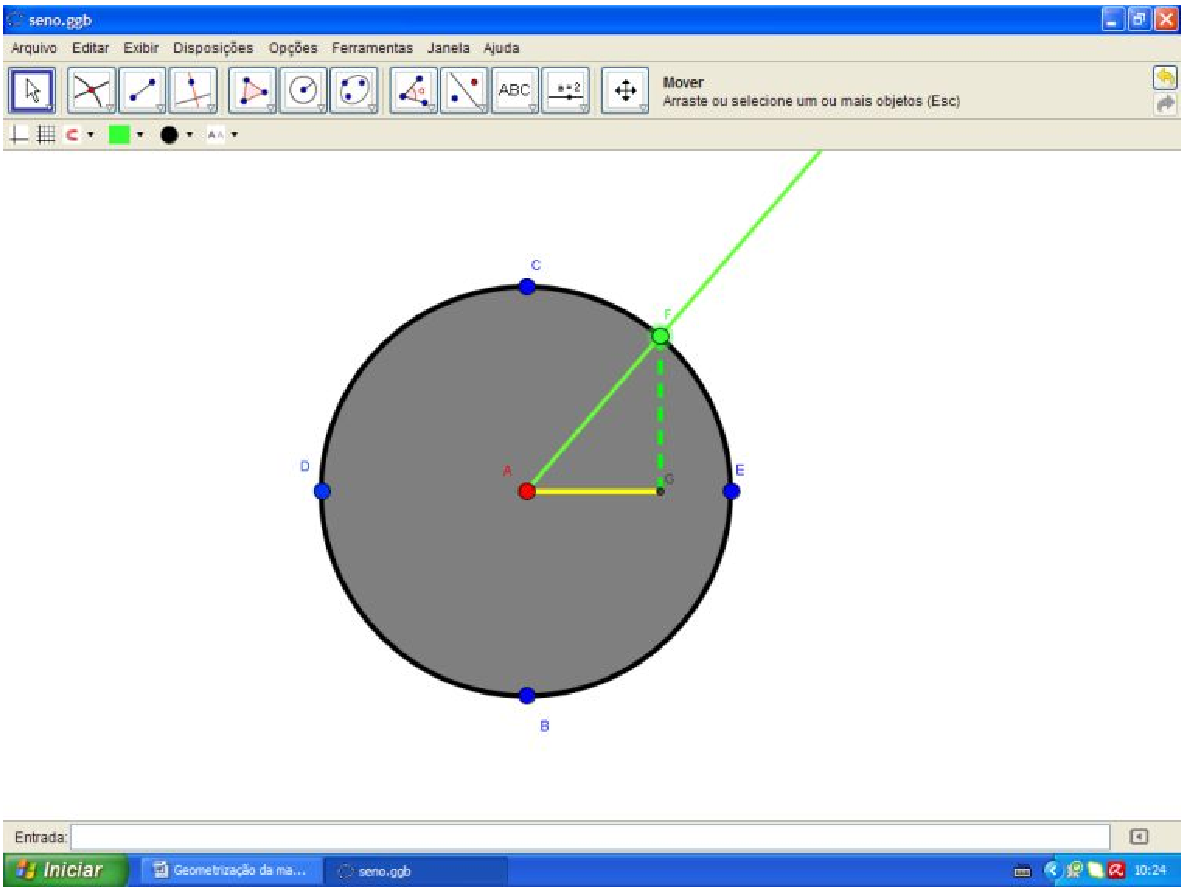
As funções trigonométricas são relações entre medidas de ângulos e lados de um triângulo, onde as principais são chamadas de SENO, COSSENO e TANGENTE, sendo representadas da seguinte maneira:

Com a ferramenta “círculo dado centro e raio” clique no centro do eixo cartesiano e digite 1 para medida do raio (centro A), encontre depois os pontos de interseção entre a circunferência e os eixos com a ferramenta “ponto de interseção” (pontos B, C, D, E) e clicando no eixo OX e na circunferência e depois em OY e na circunferência.

Agora com a ferramenta “semirreta dado dois pontos” clique no centro da circunferência e no arco pertencente ao 1° quadrante, encontre o ponto de intersecção entre a semirreta e o arco (ponto F qualquer pertencente ao arco do 1° quadrante), projete com a ferramenta “reta perpendicular” a projeção desta semirreta no eixo OX (segmento FG), e insira com a ferramenta “segmento dado dois pontos” um segmento pertencente ao eixo OX com o centro e o ponto de intersecção da projeção construída AG.

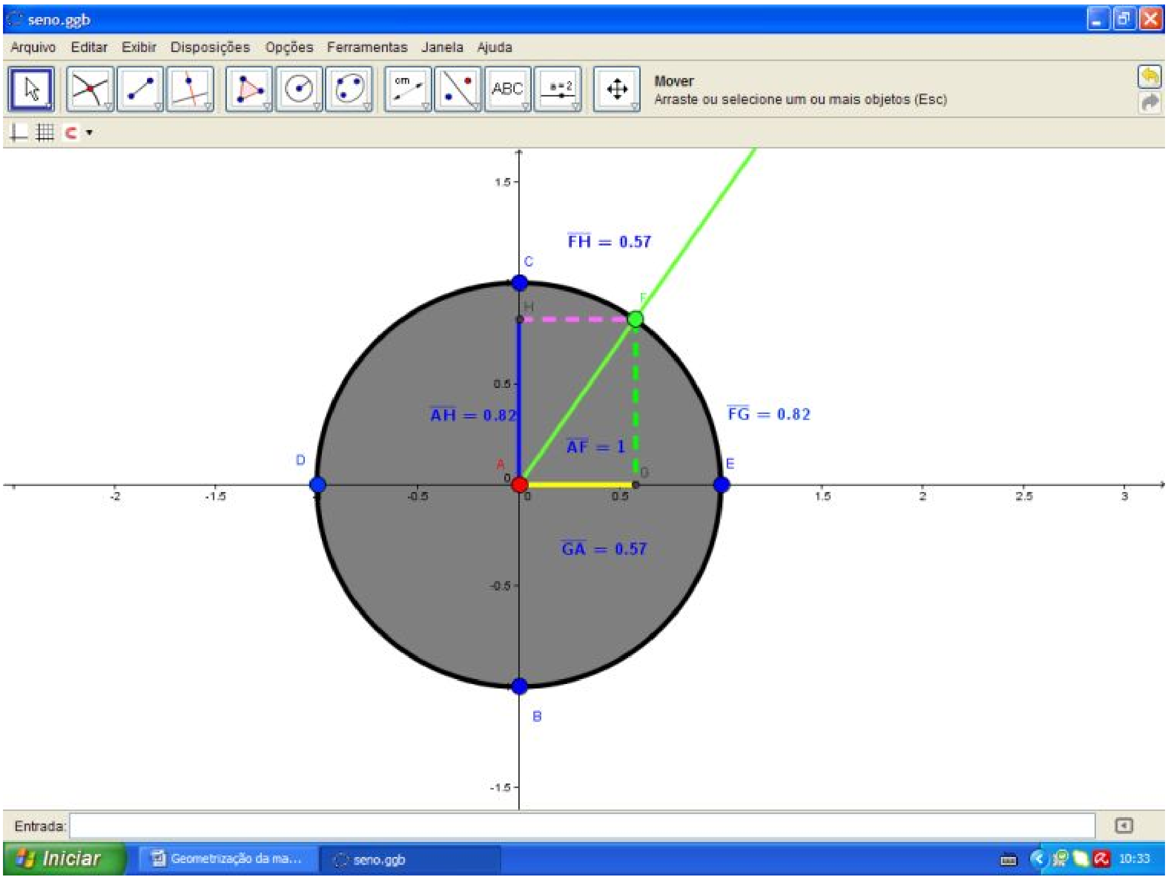
Caso deseje, explore a ferramenta propriedades clicando com o botão esquerdo do mouse nos objetos para animar sua construção.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



Com a ferramenta “comprimento, distância ou perímetro” encontre as medidas desses segmentos (AF, AG,GF), e refaça os procedimentos usados para projetar a projeção do segmento AF no eixo OX mais agora para o eixo OY.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

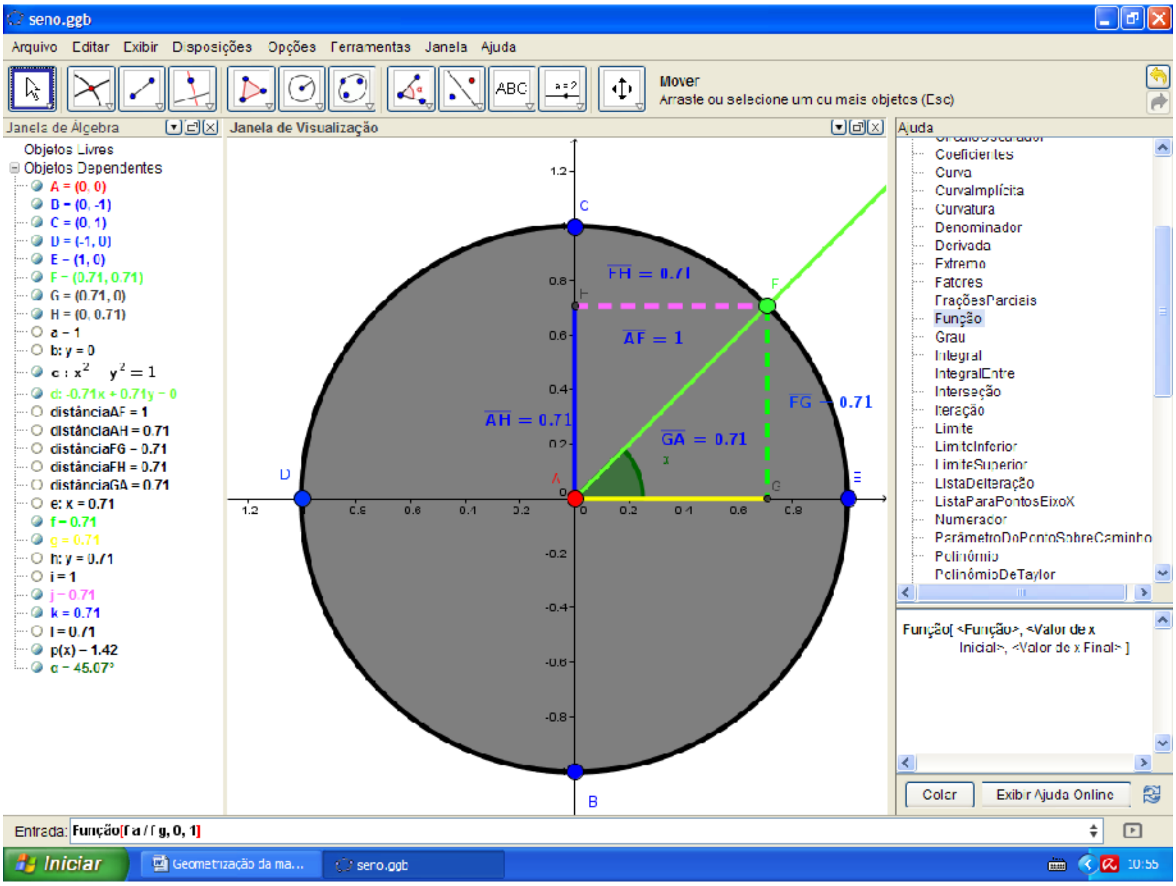


Refazendo as medições para os demais segmentos, vamos agora inserir um ângulo, ou seja, medir um ângulo do triângulo AFG e montar as relações que existem entre os lados e os ângulos.

Clicamos ainda na janela de “ajuda” na opção “funções e cálculo”, escolhemos a opção e “funções” lemos o que nos é pedido para a construção do objeto, clicamos em “colar” e digitamos

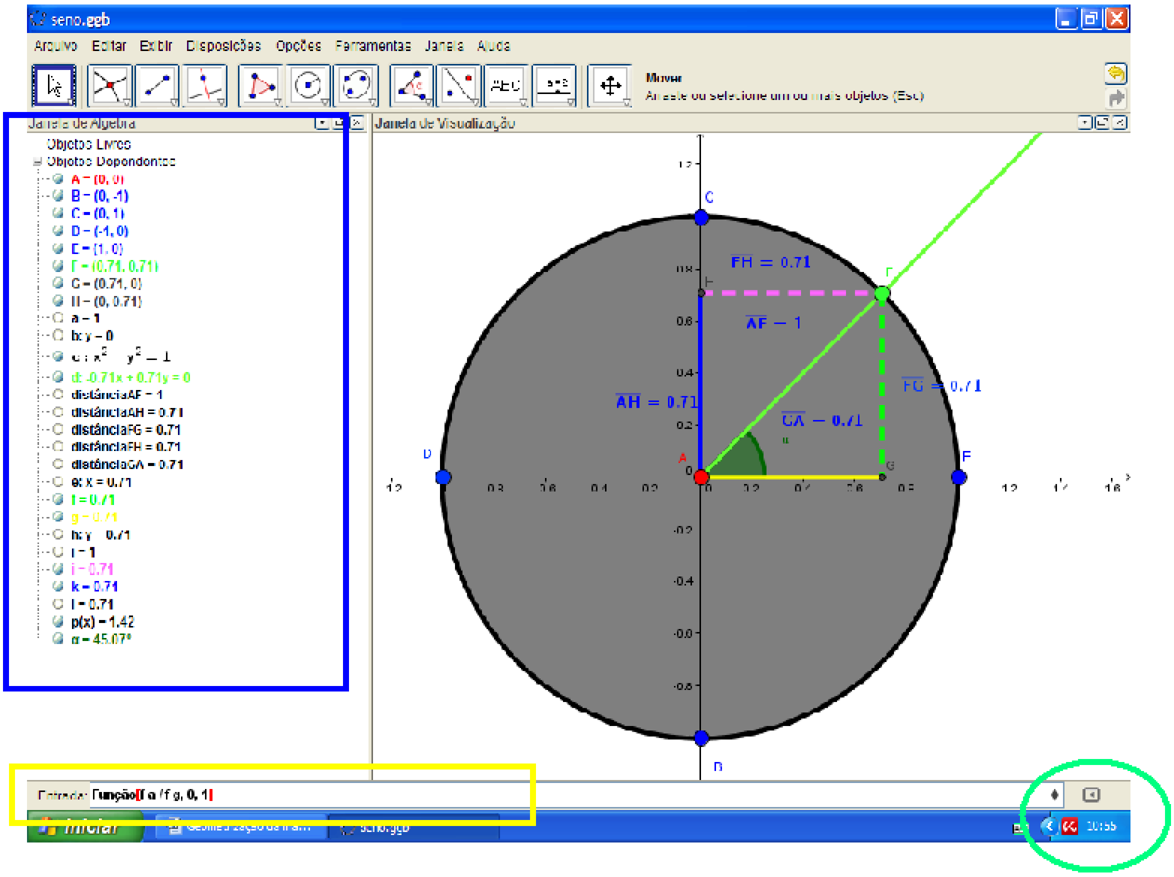
ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

entre os parênteses “FG/FA,0,1” pois estamos assim escrevendo respectivamente, relação seno de α que é seno(α) = cateto oposto sobre hipotenusa, valor inicial do eixo OY e valor final do eixo OY, pois logo veremos o porque do eixo OY.



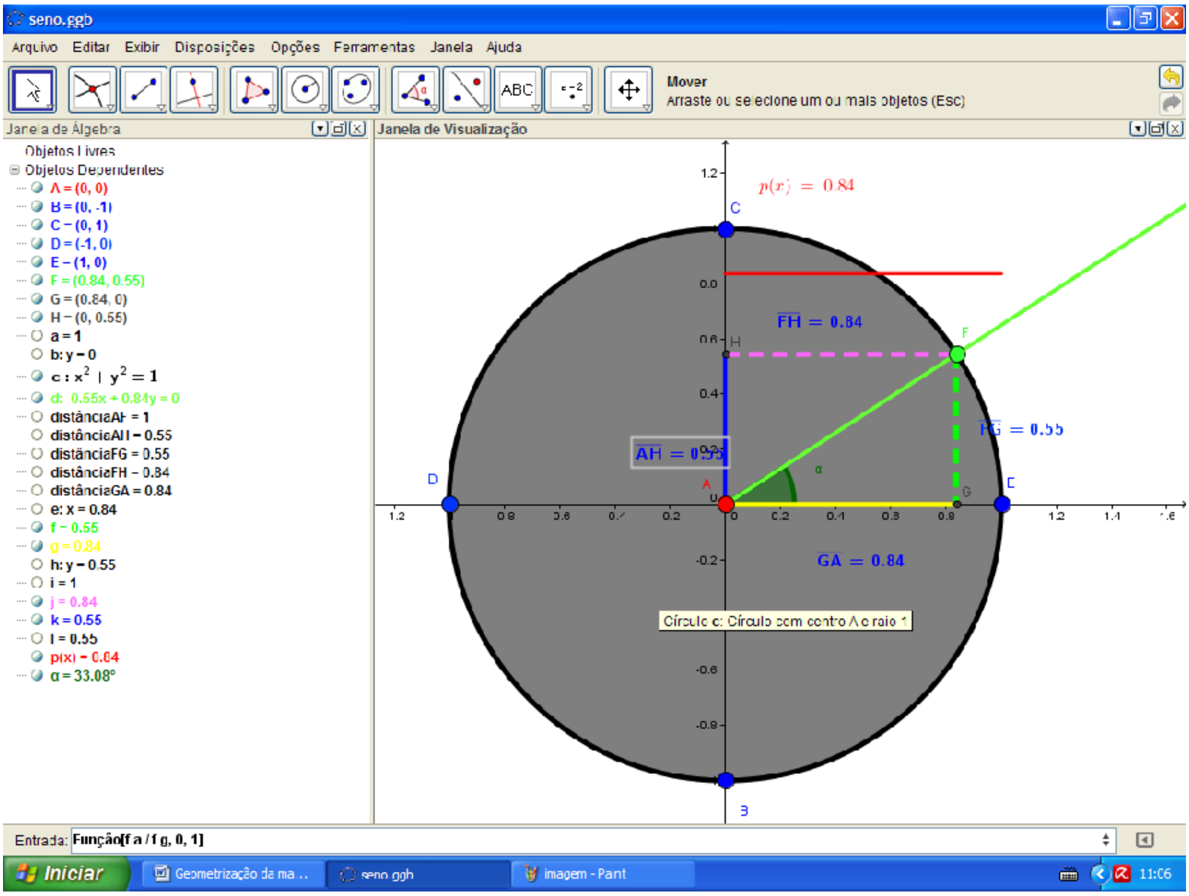
ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Janela de álgebra em azul, janela de ajuda em verde e janela de entrada (onde se escreve as funções ou definições dos objetos) em amarelo.



ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

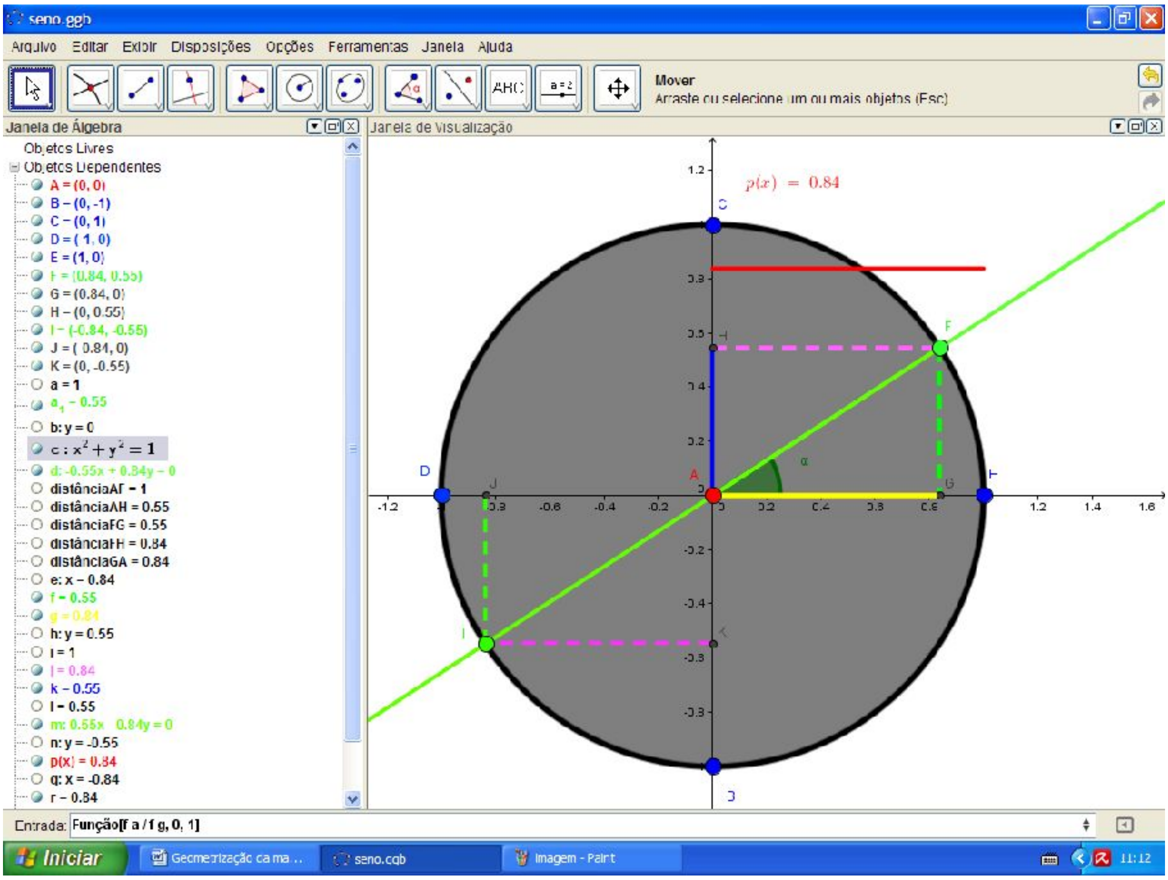
Após esta entrada, verifique se um segmento de reta paralela ao eixo OX aparece no gráfico, este segmento terá como valor o valor do seno(α). Caso prefira, clique com o botão esquerdo do mouse no ponto F e escolha a opção “animar” para perceber a variação do seno(α).



ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Vamos agora melhorar essa aparência que está um pouco carregada, esconda os nomes dos objetos deixando apenas a função p(x).

Prolongue a semirreta AF com a ferramenta “semirreta dada dois pontos” e clicando no ponto F e depois em A, encontre o ponto I de intersecção.



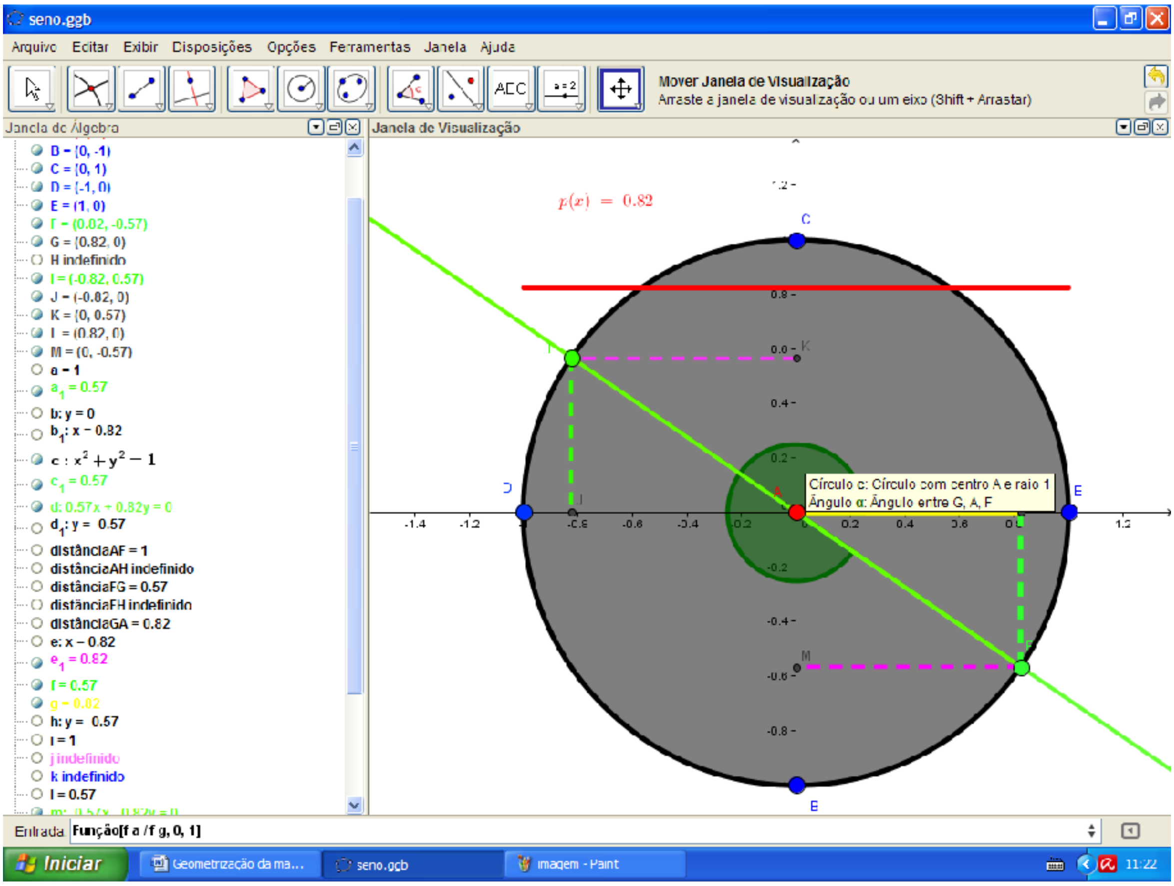
ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Clique duas vezes na função p(x) na janela de álgebra e mude os intervalos para "FG/FA,(-1), 1".

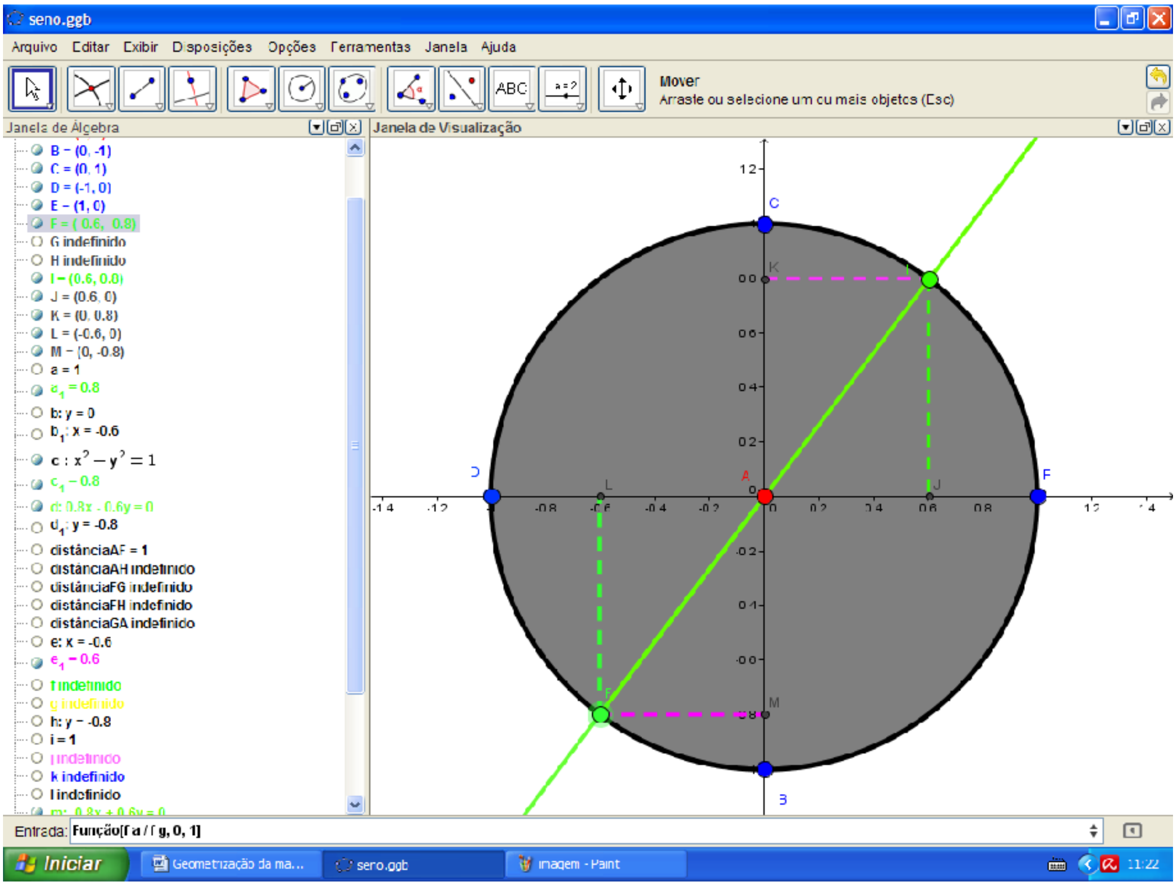
Aproveite também para traçar todas as projeções perpendiculares aos eixos OX e OY possíveis, e ao animar o ponto F se pergunte por que nos intervalos π/2 e 3 π/2 não está aparecendo p(x) ou seno(α).

Fazendo-se estas projeções e se puder animar tal objeto clicando no ponto F como o botão esquerdo do mouse e escolhendo a opção "animar", o estudante terá facilidade em observar a mudança de comportamento do objeto.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO



Perceba que o seno só faz relação do segmento AF e FG e que os mesmos não existem neste intervalo, logo se fizermos o ângulo oposto a FAG que é FAL teremos como fazer esta mesma relação para seno de β que é neste caso o ângulo oposto de α. Use a ferramenta "ângulo" e o construa e depois entre na ferramenta "funções e cálculos" para definir a nova "Função [JL/FA,(-1), 1]", a função $g_1(x)$.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Temos nossos valores para as funções seno(α) e seno(β).

É interessante para o estudante notar neste momento que seno(α) = - seno(α), bata que para isso o estudante mova o ponto F tal que se tenha um ângulo de 30° por exemplo, então procure mover novamente o ponto F tal que encontre o ângulo α=(360-30) = 330 que nada mais é do que encontrar o ângulo α = (-30), e verá com facilidade que seno(α) = -seno(α), dizemos nesta condição que estas funções são simétricas pelo eixo OX e com facilidade podemos ainda conforme já estudado anteriormente verificar a simetria no eixo OY e pela origem.

Semelhantemente, faremos as construções para a função cosseno, sem apresentar as imagens de resultado, faça você mesmo e teste seus conhecimentos:

Para fazermos as funções de cosseno (β) e cosseno (α), escondemos as funções seno(α) e seno(β) para não carregar a tela e novamente na janela de “ajuda” escolhemos a opção “função e cálculo” e “funções” para digitar as relações de cosseno (β) e cosseno (α), como as seguintes: “Função[MF/FA,-1,1]” e “Função[AJ/AI,-1,1]” respectivamente as funções $f_1(X)$ e $h_1(x)$.

Não se assuste se as retas indicadoras dos valores não aparecerem é que na verdade estão sobrepostas, veja isto parando o mouse sobre a mesma:

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO

Não importa, o que importa é que podemos agora realizar os cálculos e verificar a veracidade das relações.
Perceba ainda que os senos e os cossenos dos ângulos opostos resultam sempre em um mesmo valor em um mesmo valor, basta que para isto voltemos a Janela de álgebra e exibirmos as funções de seno(α) e seno(β).

A explicação destas construções não é nada mais do que uma opção por demonstrar que tanto a função seno como a função cosseno pode ser visualizada como projeções nos eixos OY e OX respectivamente, mais que sua construção ou a obtenção de seus valores nada mais são do que relações entre lados e ângulos de um triângulo.

É novamente interessante que o estudante note neste momento que cosseno(α) = - cosseno (α), bata que para isso o estudante mova o ponto F tal que se tenha um ângulo de 30° por exemplo, então procure mover novamente o ponto F tal que encontre o ângulo α=(360-30) = 330 que nada mais é do que encontrar o ângulo α = (-30).

E verá com facilidade que cosseno(α) = -cosseno (α), dizemos nesta condição que estas funções são simétricas pelo eixo OX e com facilidade podemos ainda conforme já estudado anteriormente verificar a simetria no eixo OY e pela origem. Enfim, vamos à função tangente e cotangente.

ISBN 978-85-8196-075-3 IMPRESSO