# Hoofdstuk V: exponentiële en logaritmische functies

www.karelappeltans.be

March 2, 2026

## Contents


**1 Lineaire versus exponentiële groei** **2**
- 1.1 inleiding . . . 2
- 1.2 begripsvorming . . . 3

**2 Bespreking exponentiële functies** **4**
- 2.1 Basisgrafieken . . . 4
- 2.2 Transformaties . . . 5

**3 Logaritmen** **6**

**4 Logaritmische functies** **7**

**5 Verband grafieken exponentiële functies en logaritmische functies met hetzelfde grondtal** **8**

**6 Toepassingen op logaritmen** **8**
- 6.1 tijd bepalen bij exponentiële groei . . . 8
- 6.2 geluid . . . 8
- 6.3 aardbevingen . . . 8
- 6.4 wetenschappelijke notatie grote getallen . . . 8
- 6.5 Logaritmisch papier . . . 9

**7 Exponentiële vergelijkingen** **10**
- 7.1 tweeterm . . . 10
  - 7.1.1 zelfde grondtal . . . 10
  - 7.1.2 verschillend grondtal . . . 10
- 7.2 drieterm . . . 10

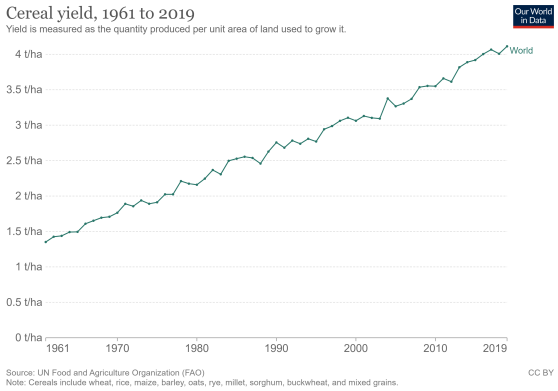
**8 Logaritmische vergelijkingen** **11**

**9 Exponentiële en logaritmische ongelijkheden** **11**

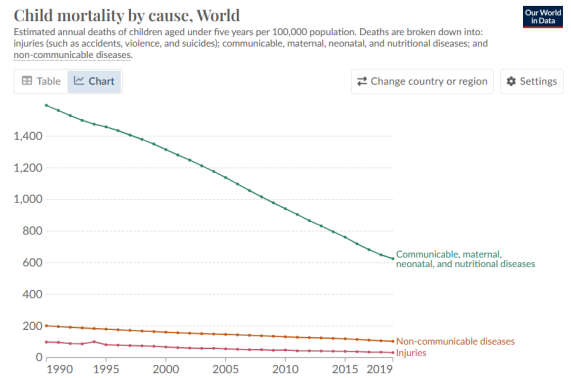
**10 Oefeningen** **11**
- 10.1 lineaire versus exponentiële groei . . . 11
- 10.2 logaritmen . . . 15
- 10.3 toepassingen op logaritmen . . . 16
- 10.4 grafieken exponentiële en logaritmische functies . . . 19
- 10.5 exponentiële vergelijkingen . . . 19
- 10.6 logaritmische vergelijkingen . . . 20
- 10.7 Exponentiële en logaritmische ongelijkheden . . . 20

# 1 Lineaire versus exponentiële groei

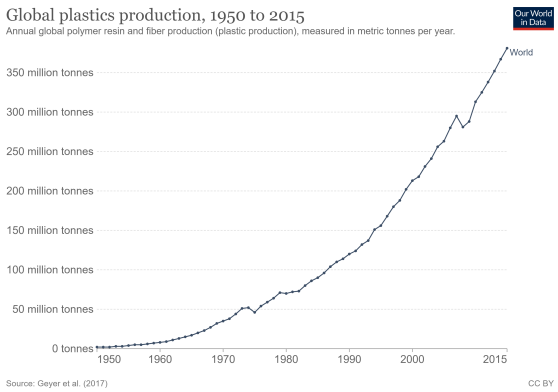
## 1.1 inleiding



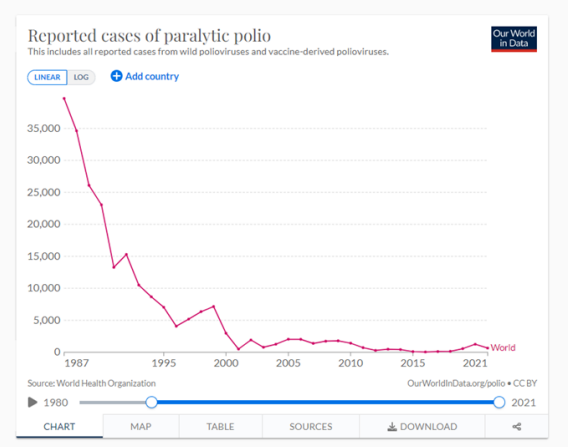

(a)




(b)




(c)




(d)

Figure 1: voorbeelden lineaire en exponentiële groei

## 1.2 begripsvorming

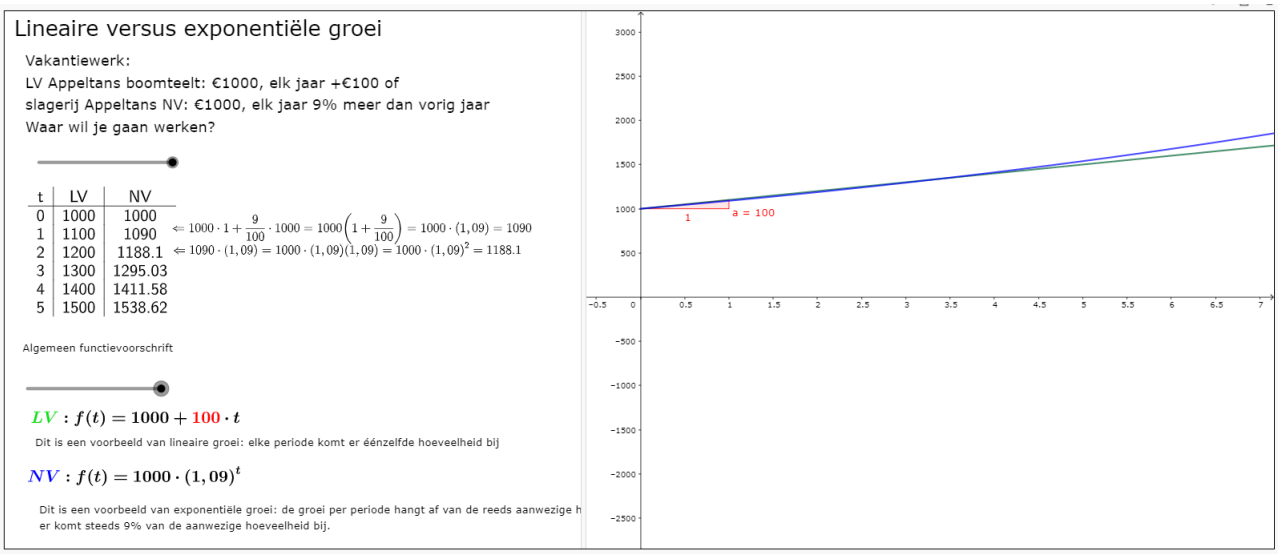



Figure 2: https://www.geogebra.org/m/m3zxeue6

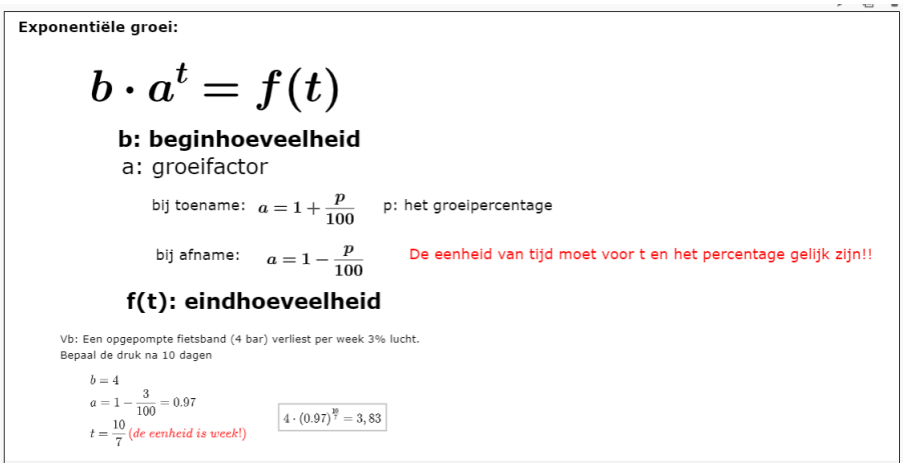



Figure 3: https://www.geogebra.org/m/m3zxeue6

# 2 Bespreking exponentiële functies

## 2.1 Basisgrafieken

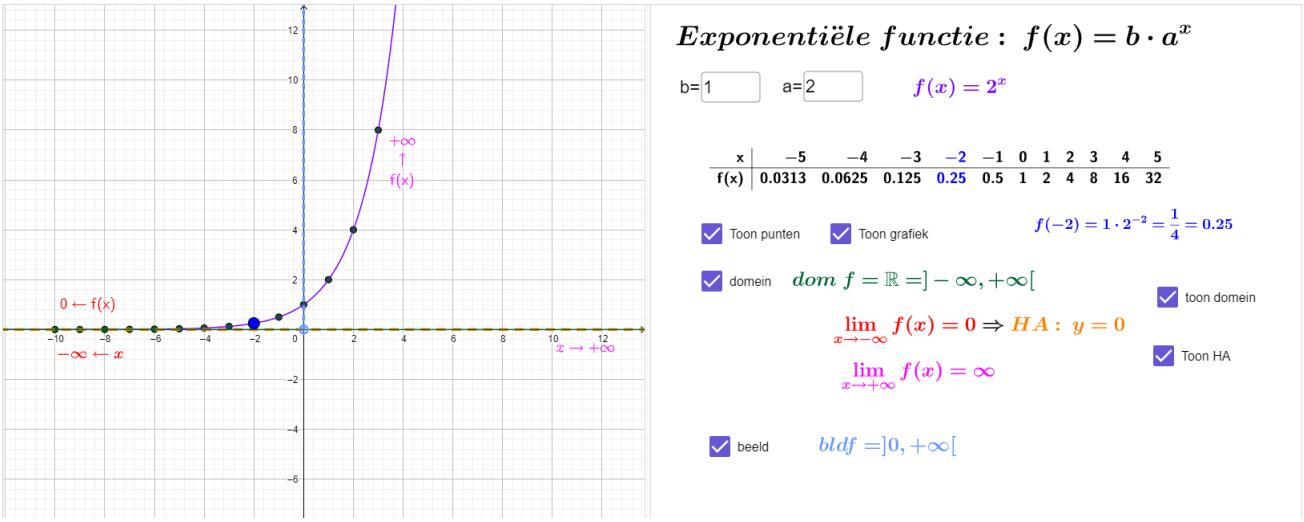



Figure 4: https://www.geogebra.org/m/Rb6qHp3z

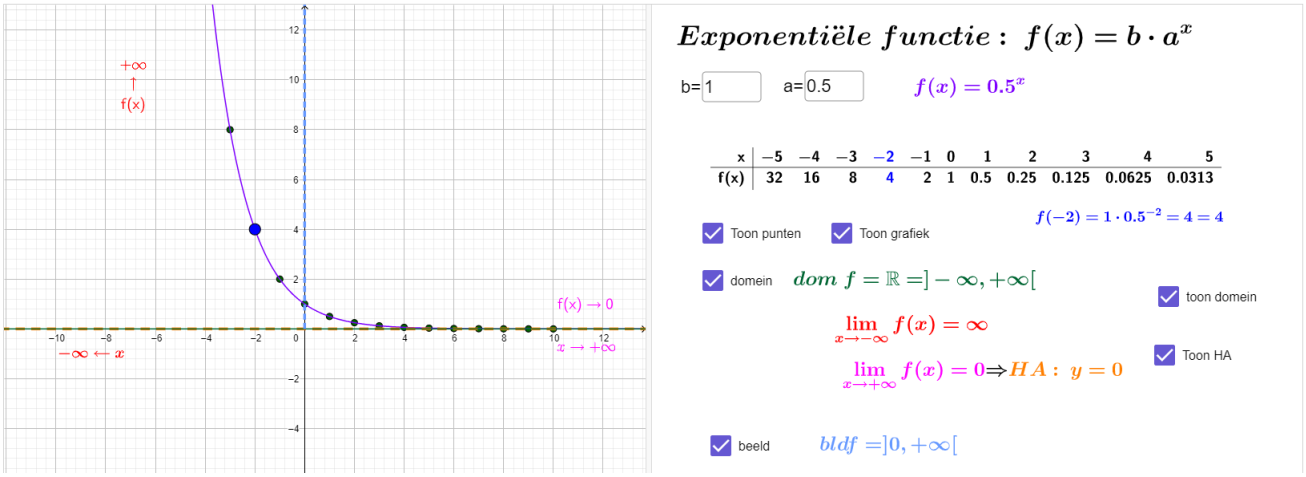



Figure 5: https://www.geogebra.org/m/Rb6qHp3z

## 2.2 Transformaties

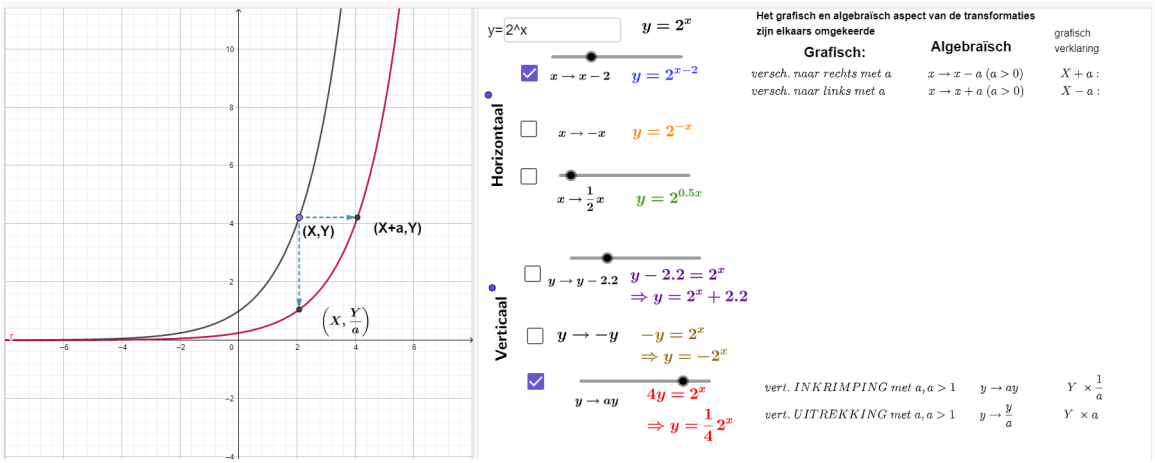



Figure 6: https://www.geogebra.org/m/Rb6qHp3z

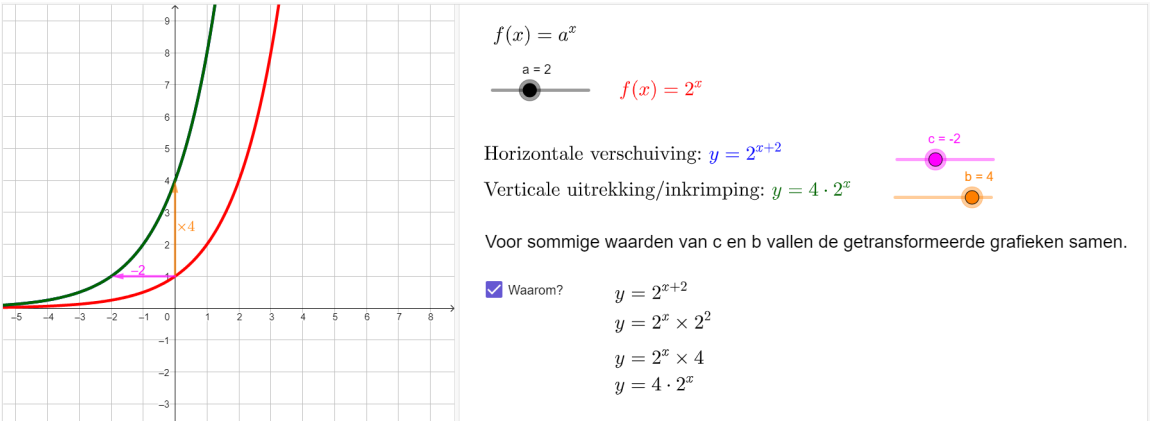



Figure 7: https://www.geogebra.org/m/Rb6qHp3z

# 3 Logaritmen

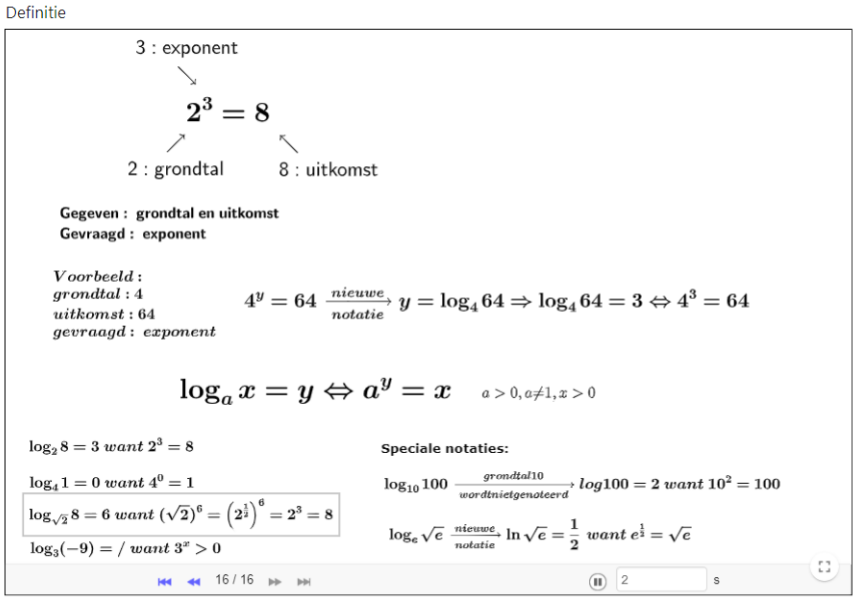



Figure 8: https://www.geogebra.org/m/GbHdUfsF

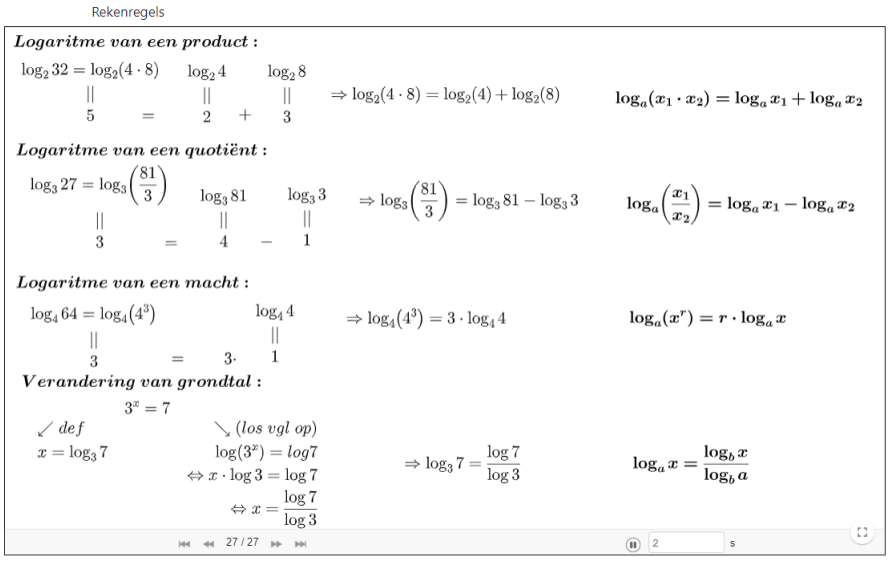



Figure 9: https://www.geogebra.org/m/GbHdUfsF

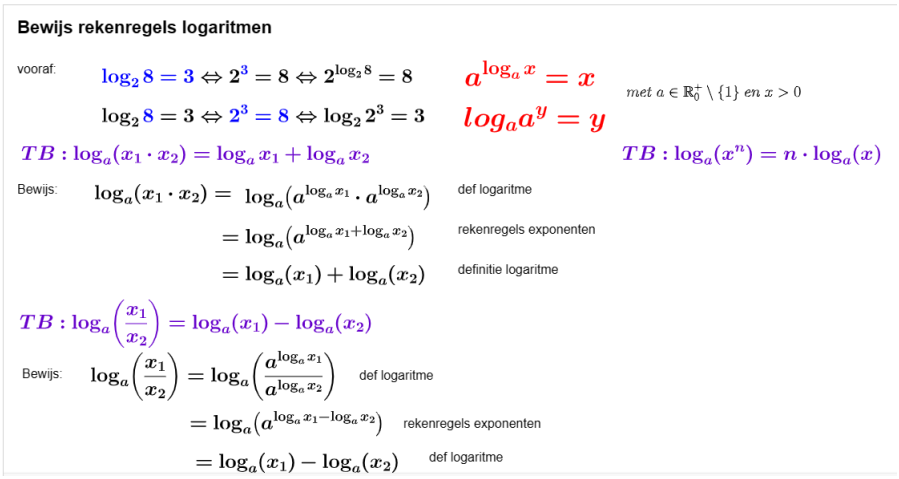



Figure 10: https://www.geogebra.org/m/GbHdUfsF

# 4 Logaritmische functies

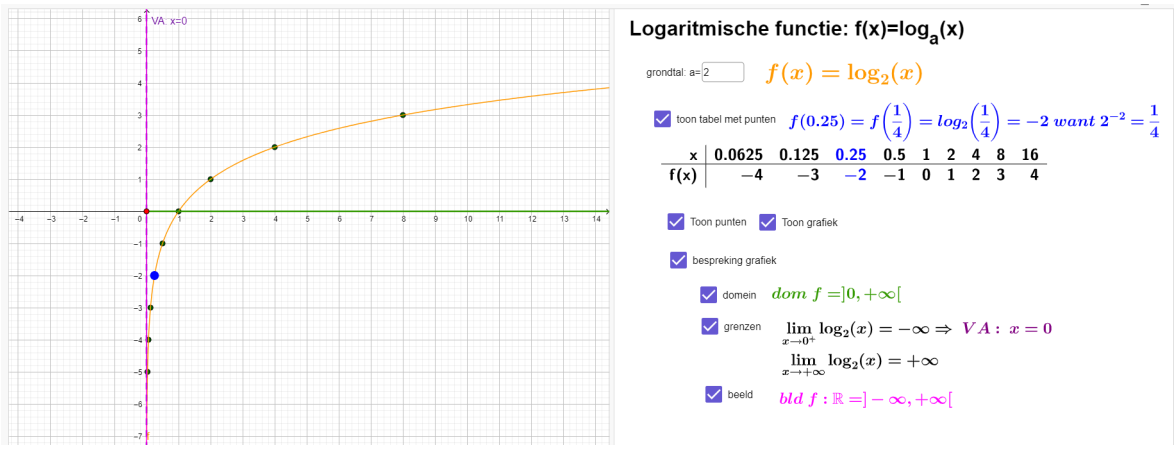



Figure 11: https://www.geogebra.org/m/ReNNrmut

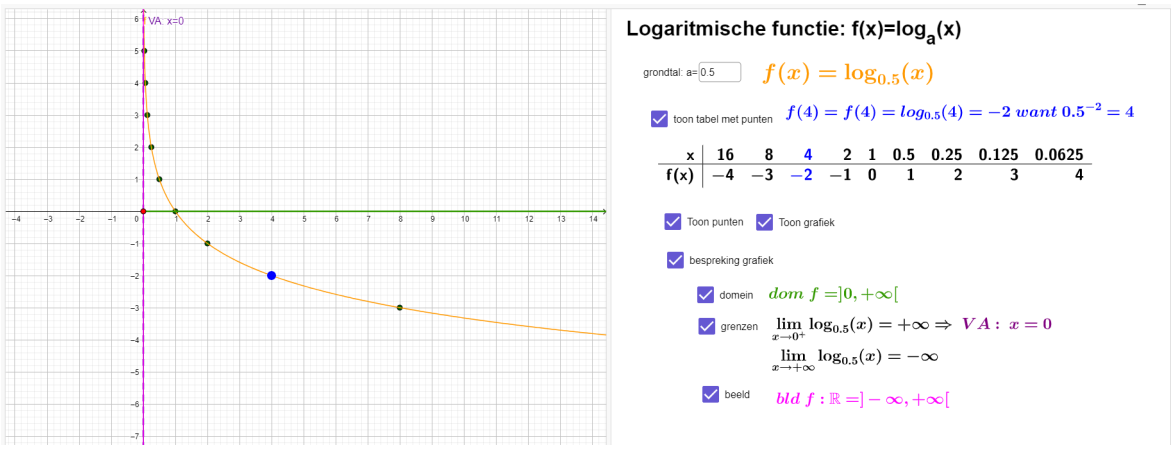



Figure 12: https://www.geogebra.org/m/ReNNrmut

# 5 Verband grafieken exponentiële functies en logaritmische functies met hetzelfde grondtal

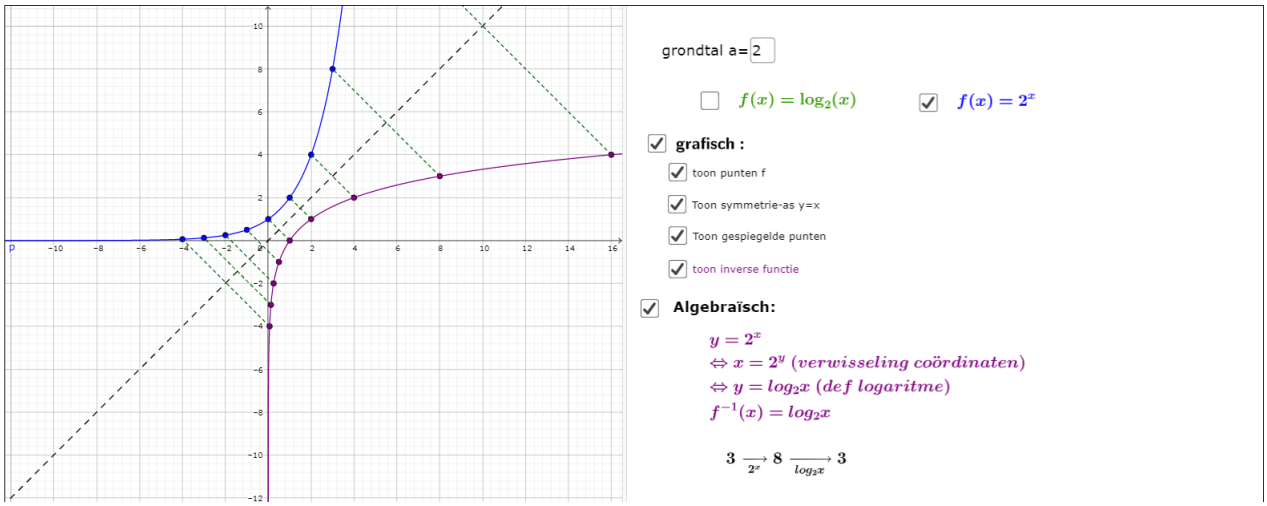



Figure 13: https://www.geogebra.org/m/YYevVAPy

# 6 Toepassingen op logaritmen

## 6.1 tijd bepalen bij exponentiële groei

Na hoeveel jaar zal de 1000 euro, verdiend bij jouw eerste vakantiewerk bij LV Appeltans Boomteelt verdubbeld zijn? En dit op een spaarboekje met $2,5\%$ rentevoet?

## 6.2 geluid

$$\Delta L = 10 \cdot log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

## 6.3 aardbevingen

$$\log(E) = 1,5M + 4.8$$

## 6.4 wetenschappelijke notatie grote getallen

$$35^{216} = 10^{log35^{216}} = 10^{216 \cdot log35} = 10^{333.51869} = 10^{0.51869} \cdot 10^{333} = 3.3 \cdot 10^{333}$$

## 6.5 Logaritmisch papier

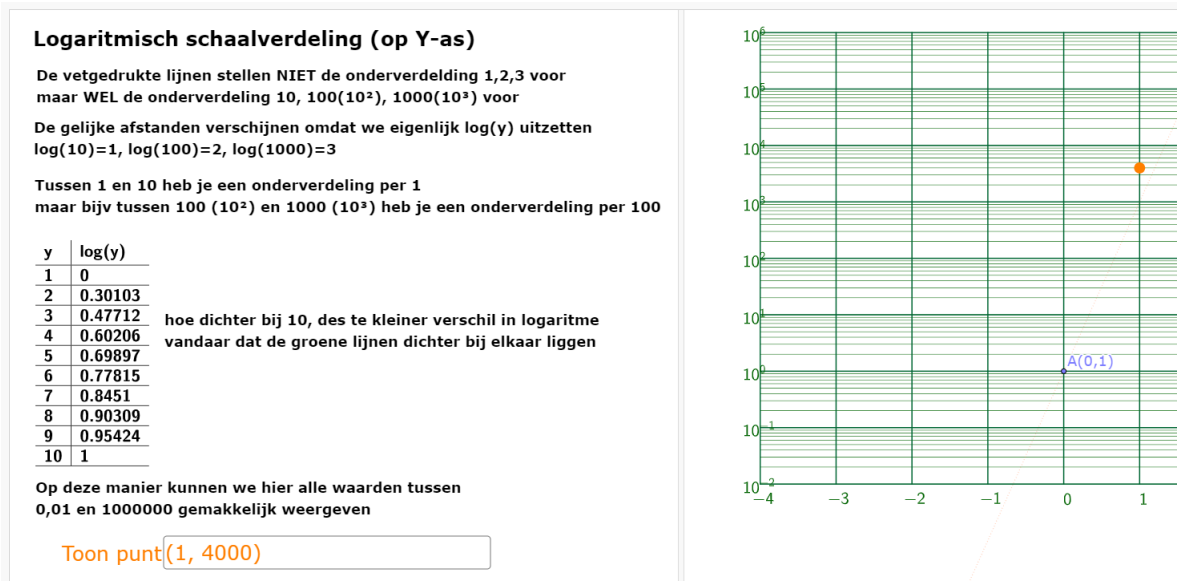



Figure 14: https://www.geogebra.org/m/gzggfr7h

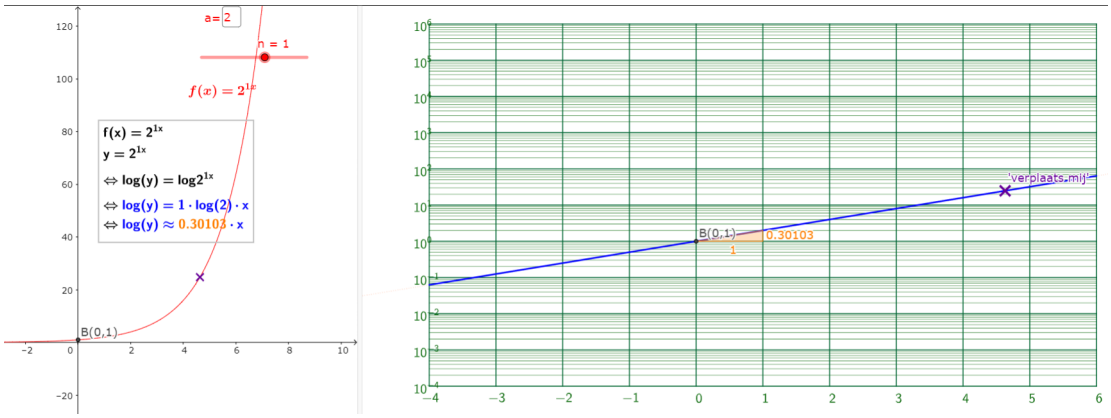



Figure 15: https://www.geogebra.org/m/gzggfr7h

# 7 Exponentiële vergelijkingen

## 7.1 tweeterm

### 7.1.1 zelfde grondtal

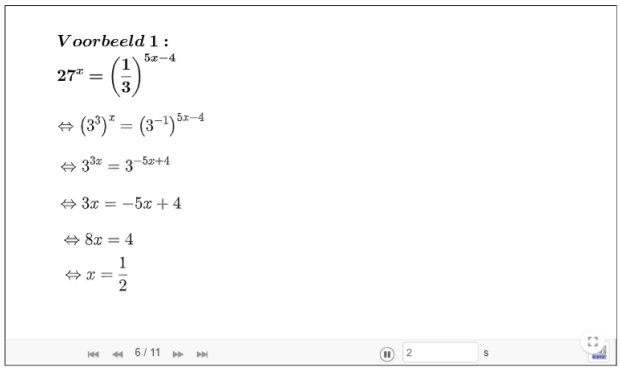



Figure 16: https://www.geogebra.org/m/NRMRHcaf

### 7.1.2 verschillend grondtal

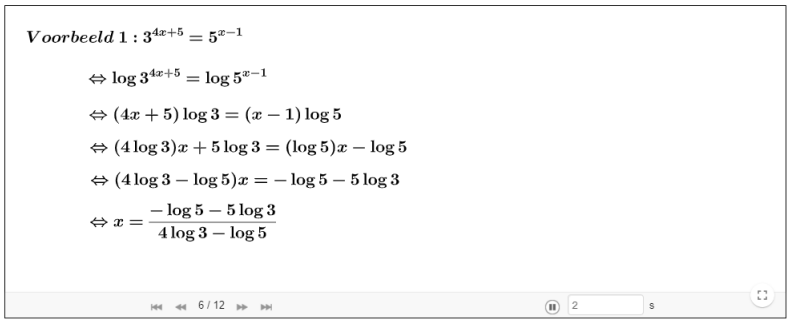



Figure 17: https://www.geogebra.org/m/NRMRHcaf

## 7.2 drieterm

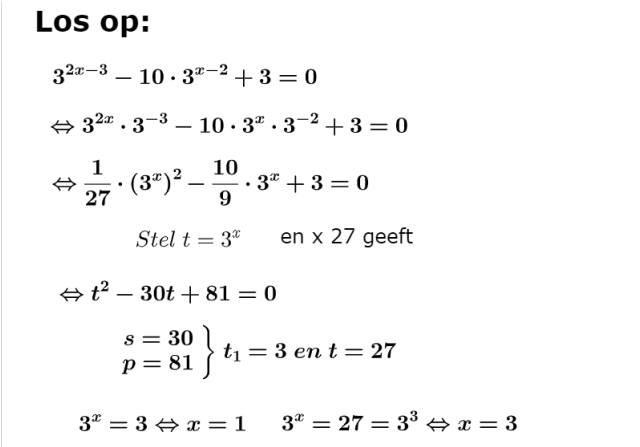



Figure 18: https://www.geogebra.org/m/NRMRHcaf

# 8 Logaritmische vergelijkingen

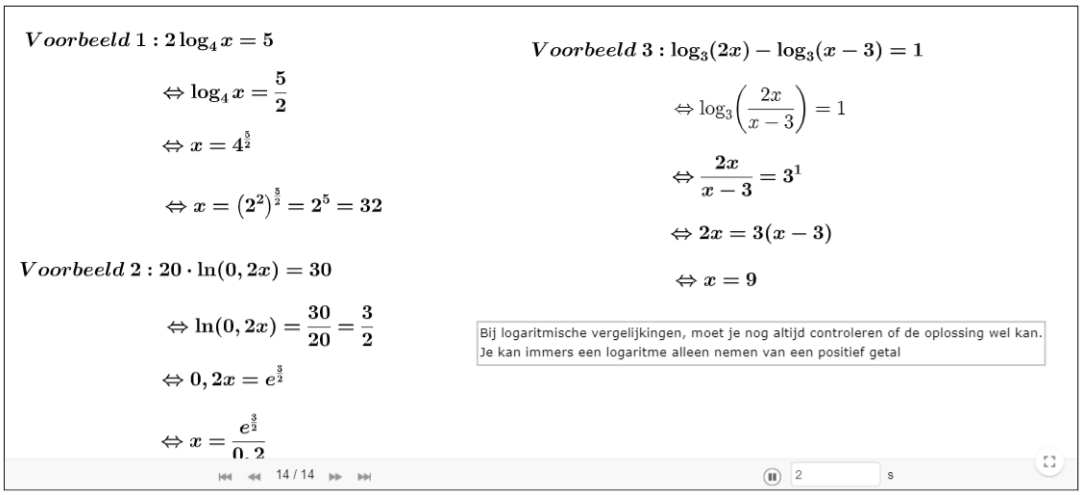



Figure 19: https://www.geogebra.org/m/NRMRHcaf

# 9 Exponentiële en logaritmische ongelijkheden

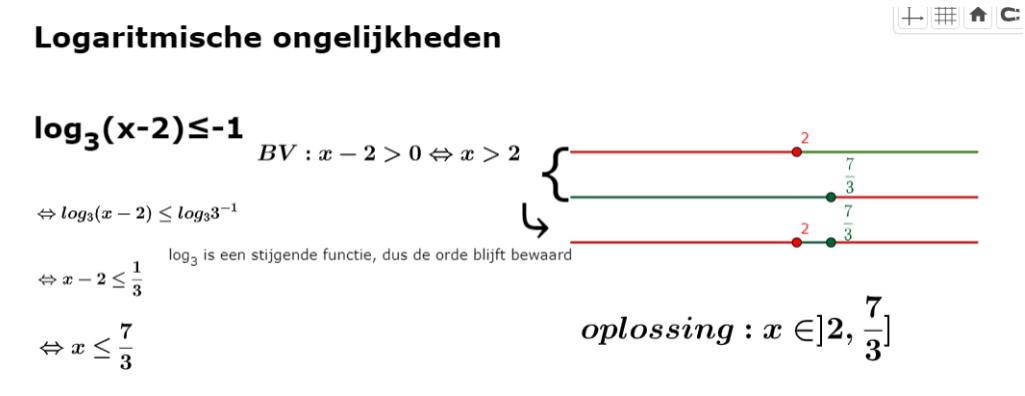



Figure 20: https://www.geogebra.org/m/hwwv5ynd

# 10 Oefeningen

## 10.1 lineaire versus exponentiële groei

1. Zijn onderstaande voorbeelden lineaire, exponentiële groei of geen van beiden?

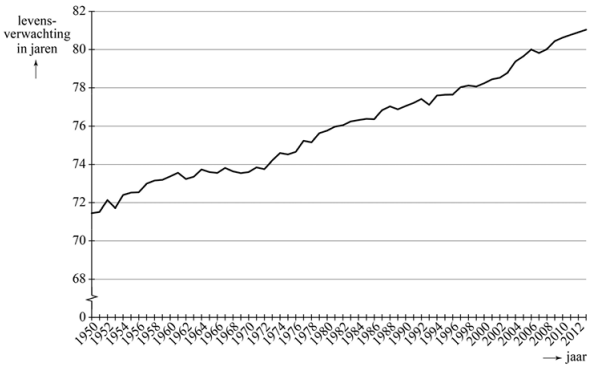
   (a) Toename van diabetespatiënten in België (gelezen op vrtnws)

   > Op dit moment lijdt 1 op de 10 volwassen Vlamingen aan diabetes. Elke 17 minuten wordt er een nieuwe diagnose gesteld. Diabetes type 1 komt het minst voor en is een auto-immuunziekte die vooral voorkomt bij mensen jonger dan 40 jaar. De oorzaak ervan is nog niet gekend. Diabetes type 2 kan ontstaan bij mensen die aan overgewicht lijden of die een slechte eetgewoonte hebben. Te weinig lichaamsbeweging kan ook tot diabetes type 2 leiden.

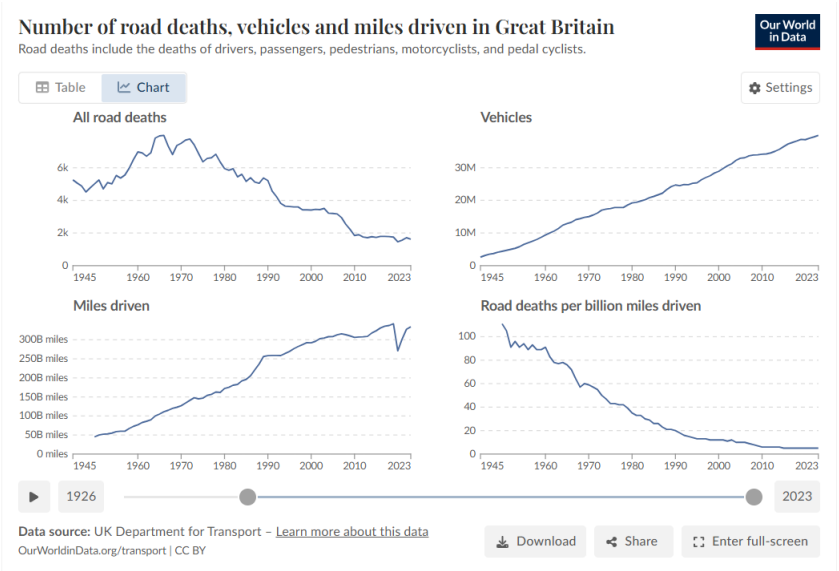
   (b) Levensverwachting in Nederland

In Nederland stijgt de levensverwachting al geruime tijd. In figuur 1 is de ontwikkeling van de levensverwachting in Nederland sinds 1950 weergegeven. Deze figuur staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

**figuur 1**




(c) Verkeersdoden in Groot-Brittanië (4 grafieken)




2. Stel dat je vanaf je twaalfde verjaardag volgende afspraak met je ouders gemaakt hebt over het krijgen van zakgeld: de eerste week 1 eurocent, de tweede week 2 eurocent en elke volgende week het dubbele van de week ervoor. Hoeveel zakgeld zou je dan deze week ontvangen?

3. Hoeveel brengt 1000 euro vakantiegeld op als ik dit geld 7 jaar laat staan op onderstaande rekeningen? https://www.spaargids.be/sparen/spaartarieven.html

4. Hoe kunnen we de wereld voeden: lees volgend stukje uit een artikel van juli 2022 uit www.demorgen.be

> "Ja. Als het gaat om de vraag hoe we onszelf duurzaam kunnen voeden, denken veel mensen dat de groeiende wereldbevolking de grootste uitdaging is. Dat is niet zo. Het aantal mensen groeit met ongeveer 1 procent per jaar en zal naar alle verwachting ergens in de tweede helft van deze eeuw plafonneren. Wat wél een groot probleem is, is de groeiende veestapel die wereldwijd met 2,4 procent per jaar toeneemt. Op basis van de huidige trends zullen er tegen 2050 100 miljoen ton mensen bijkomen en 400 miljoen ton vee."

(a) Bereken de 'massa' mensen en vee bij het schrijven van dit artikel

(b) Bereken de 'massa' mensen en vee vandaag

5. gelijkwaardige rentevoeten.

   (a) Bij welke (fictieve) bank wil jij jouw spaargeld zetten: Bank A geeft 12% per jaar en Bank B geeft 6% per half jaar.

   (b) Bepaal de gelijkwaardige rentevoet voor bank B

6. Is dit een correct reclame-aanbod?




7. Lees onderstaand artikel uit de online krant De Morgen over de groei van maaltijdboxen zoals Hello Fresh (november 2025)



blijft de markt voor maaltijdboxen globaal wel groeien. Volgens het dataplatform Statista zal de omzet tot 2030 ieder jaar nog met 3,35 procent blijven stijgen, om tegen dan rond bijna 4 miljard euro per jaar uit te komen.

   Bepaal de omzet in het jaar 2025

8. In helder water vermindert de lichtintensiteit per meter met 60%. We nemen de lichtintensiteit aan de oppervlakte als eenheid.

   (a) Bereken de lichtintensiteit op 5 m diepte

   (b) Schrijf de lichtintensiteit als functie van de diepte

9. De bevolking van een land groeit exponentieel aan met 12% op 20 jaar

   (a) Wat is de groeifactor op 20 jaar, 10 jaar en op 1 jaar?

   (b) In 1990 is de bevolking 125000. Wat is de bevolking volgens dit model dit jaar?

   (c) Zoek het voorschrift van de functie die met de tijd (in jaren gerekend vanaf 1990) de bevolking laat overeenstemmen

   (d) Na hoeveel jaren zal de bevolking verdubbeld zijn?

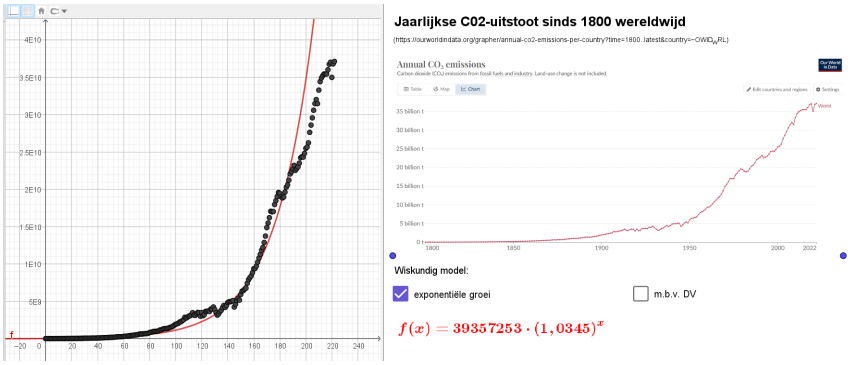
10. In ideale laboratoriumomstandigheden verdubbelt de bacterie E. Colli zich elke 5 uur. Bij het begin van het kweekprogramma zijn er 160
    (a) Bepaal groeifactor en groeipercentage per uur
    (b) Bepaal het aantal na 11 uur
    (c) Bepaal he aantal na 2 dagen
    (d) Wanneer zal het aantal vertienvoudigd zijn?
11. Lees eerst onderstaand artikel (vrt.nu, gelezen op 28 oktober 2020)

> In heel België liggen nu 5.554 patiënten met een coronabesmetting in het ziekenhuis, van wie 911 patiënten op de afdeling intensieve verzorging. "De ziekenhuiscijfers verdubbelen nu om de 8 dagen", zei viroloog Steven Van Gucht vanmorgen. "Als de cijfers aan dit tempo blijven toenemen, dan kunnen we tegen 6 november de kaap van de 2.000 patiënten op intensieve zorg bereiken. Dat is de maximumcapaciteit die we momenteel hebben." Dat zou dus betekenen dat tegen volgende week vrijdag alle bedden op intensieve zorg vol liggen.

    We kijken alleen naar de cijfers van de intensieve zorg
    (a) Bepaal de groeifactor en groeipercentage per dag
    (b) Reken de voorspellingen na
12. Op het ogenblik t=0 s bestaat een radio-actieve bron uit 64 $\mu g$ $^{234}Th$. De halveringstijd van dit isotoop is 24 dagen. Na 120 dagen bevat de bron een hoeveelheid $^{234}Th$ gelijk aan?
13. Lees eerst onderstaand artikel van de VRT nieuwssite van maart 2025

> **Wat zeggen de cijfers?** Nieuwe cijfers tonen dat darmkanker in België steeds vaker voorkomt bij mensen onder de 40 jaar. In deze groep is er een jaarlijkse toename van bijna 3 procent sinds 2004. Het gaat om een relatief kleine groep, maar die groeit helaas elk jaar. Bovendien is de ziekte vaak verder gevorderd bij diagnose, omdat darmkanker minder verwacht wordt op deze leeftijd.
>
> Bij de groep 40- tot 49-jarigen blijft het aantal diagnoses stabiel. Bij 50-plussers ziet men een daling van gemiddeld 2 tot 4 procent per jaar sinds 2012, mede dankzij de gratis screening waar mensen vanaf 50 jaar beroep op kunnen doen. De 5-jaarsoverleving bedraagt 70,5 procent. Van alle patiënten die een nieuwe diagnose kregen in 2023 was 7 procent jonger dan 50 en 2,6 procent jonger dan 40 jaar. De stijging van darmkanker bij mensen onder de 40 is een wereldwijde trend, vooral in westerse landen.

    (a) Met hoeveel procent is het aantal kankergevallen toegenomen bij de min 40-jarigen sinds 2024
    (b) Met hoeveel procent is het aantal kangergevallen afgenomen bij de plus 50 jarigen in het meest pessimistische scenario.
14. Is exponentiële groei een goed model?



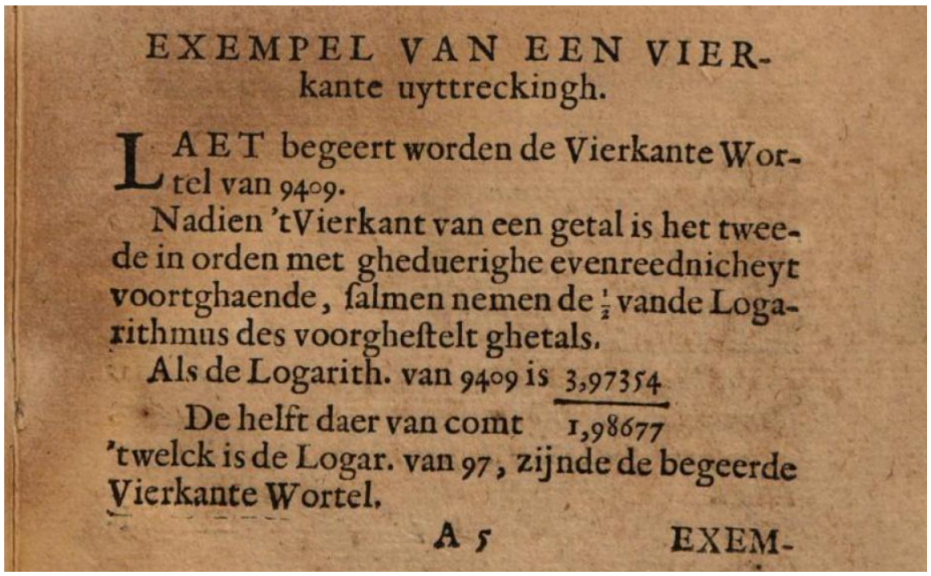

https://www.geogebra.org/m/f6tcwvzw

## 10.2 logaritmen

1. Bereken zonder ZRM
   (a) $log_2 32$
   (b) $log 0,01$
   (c) $log_3 3^{-2}$
   (d) $log_5 1$
   (e) $log_4 - 4$
   (f) $log_7 7$
   (g) $log_3 729$
   (h) $log_{-2} 8$
   (i) $3^{log_3 17}$
2. Bereken zonder GZRM
   (a) $log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{\sqrt[5]{27}\cdot 9}{3^{-5}}\right)$
   (b) $log_4\left(\frac{2^{-3}\sqrt[5]{64}}{\sqrt[3]{128}}\right)$
   (c) $\log_{10}\left(\frac{\left(2^3\right)^4}{125^{-4}}\right)$ (A. 12)
   (d) $\log_4\left(\frac{2^{\frac{1}{3}}4^{-2}}{64^{-\frac{2}{3}}8^{-3}}\right)$ (A. $\frac{14}{3}$)
3. Bereken $\log\left(\sqrt[3]{\frac{ab^2}{cd^4}}\right)$ als $\log a = 2$, $\log b = 3$, $\log c = 4$ en $\log d = 5$
4. Als $\log 2 \approx 0.3$ en $\log 3 \approx 0.48$ bereken dan zonder ICT:
   (a) $\log 6$
   (b) $\log 30$
   (c) $\log 1,5$
   (d) $\log 0,75$
   (e) $\log 8,1$
5. Bewijs de volgende logaritmische identiteiten:
   (a) $log_a\left(\frac{1}{x}\right) = -log_a(x)$
   (b) $\frac{1}{log_x a} - \frac{1}{log_y a} = log_a\left(\frac{x}{y}\right)$
   (c) $log_{xy} a = \frac{log_x a \cdot log_y a}{log_x a + log_y a}$
   (d) $\frac{1}{log_{\frac{1}{a}} pq} + log_{pq} 10a = \frac{1}{logp + logq}$

(e) $log_a x = (1 + log_a y) \cdot log_{ay} x$

6. Uit een handboek wiskunde van 1642: Schrijf deze wiskunde bewerking op in onze hedendaagse notaties



EXEMPEL VAN EEN VIER-
kante uyttreckingh.

LAET begeert worden de Vierkante Wortel van 9409.

Nadien 't Vierkant van een getal is het tweede in orden met ghedurighe evenreednicheyt voortghaende, salmen nemen de $\frac{1}{2}$ vande Logarithmus des voorgheſtelt ghetals.

Als de Logarith. van 9409 is 3,97354

De helft daer van comt 1,98677

't welck is de Logar. van 97, zijnde de begeerde Vierkante Wortel.

A 5 EXEM-

## 10.3 toepassingen op logaritmen

1. Lees eerst onderstaande kop uit een artikel van De Morgen

**Ons land moet per jaar 2 tot 4 procent minder fossiele brandstoffen verbruiken. Groen legt vrijdag een 'fossiel afbouwplan' op de federale regeringstafel. Is dat voldoende voor de achterban om te verteren dat de kerncentrales (mogelijk) langer openblijven?**

ROEL WAUTERS 16 maart 2022, 07:00

(a) Waarom is hier sprake van exponentiële groei?

(b) Als elk jaar dezelfde afname kan gerealiseerd worden, hoelang zal het dan duren vooraleer onze energiecomsumptie gehalveerd is?

2. Lees eerst onderstaand artikel (vrt.nu, gelezen november 2020)

Het is evenzeer wensdenken dat de cijfers tot het einde van het jaar even snel bergaf blijven gaan", zegt Van Ranst. "We telden begin deze week nog zo'n 10.000 besmettingen per dag. Als je rekent dat de curve wekelijks gestaag met 25 procent zal dalen, wat al best veel is, tellen we tegen Kerstmis nog steeds 1.334 nieuwe positieve testen per dag. Ter vergelijking: eind juni waren dat er minder dan 100. De curve zou al wekelijks met 50 procent moeten dalen om daar over zes weken weer in de buurt te komen. Dat wil zeggen dat de daling veel sneller zou gaan dan de stijging die aan de piek voorafging. Dat zou wel héél straf zijn."

(a) Bereken de groeifactor en het groeipercentage per dag

(b) Als er op kerstdag 1334 positieve gevallen waren, wanneer waren er dan 10000 gevallen?

3. In 2014 bedroeg de wereldbevolking 7,14 miljard mensen. Volgend voorschrift modelleert het aantal mensen na 2014: $P(t) = 7,14(1,011)^{t-2014}$

   (a) Geef het jaarlijks groeipercentage

   (b) In welk jaar zal de wereldbevolking 9 miljard bedragen?

4. Lize heeft spinnen en vliegen in haar huis. Vandaag zijn er 8 spinnen en 10 vliegen. De vliegpopulatie verdrievoudigt elke 3 dagen en de spinnenpopulatie groeit ook exponentieel aan. Drie dagen geleden waren er 5 spinnen. Bepaal na hoeveel dagen er 20 keer meer vliegen dan spinnen in Lize haar huis zullen zijn. (A. $\approx$ 35 dagen)

5. De halfwaardetijd van cafeïne in het bloed (na het drinken van een tas koffie) is 6 uur. Na hoeveel uur is er nog maar 10% cafeïne aanwezig in het bloed?

6. de luchtdruk neemt met 12% af per 1000 m. Op zeeniveau bedraagt de luchtdruk 1013 hPa. Op welke hoogte zal de luchtdruk nog maar de helft van deze op zeeniveau bedragen?

7. Bereken de magnitude van de eerste aardbeving

> Het was al enige tijd onrustig in het gebied. Nog maar tien dagen geleden was er op het schiereiland een aardbeving van kracht 7.4 voelbaar. Vanwege de logaritmische indeling van de aardbevingskracht is dat overigens 126 keer minder energierijk dan de beving van nu.

8. Bereken de verhouding in intensiteit tussen de zwaarste en lichtste aardbeving geregistreerd op 15/11/24

## Latest quakes worldwide in the past 24 hours on Friday, November 15, 2024 - list, stats and map

**Magnitude 4.2 Earthquake India: Mahesana, Gujarat widely felt - 2 hours 34 minutes ago**

| | |
|---|---|
| Latest today See all | Mag. 1.9 earthquake 5 km N of Malibu - CA - 9 minutes ago |
| Latest felt | Mag. 4.9 earthquake 16 km southeast of Kashima-shi - Ibaraki, Japan - 1 hour 21 minutes ago |
| Strongest today | Mag. 6.6 South Pacific Ocean - 77 km southwest of Ambitle Island, Papua New Guinea - 14 hours ago |

*Updated: Nov 15, 2024 19:19 GMT - just now*

9. Jeugdhuizen vallen onder de milieuwetgeving wanneer zij muziek willen afspelen. Bereken de verhouding in intenstiteit tussen categorie 3 en categorie 1

Afhankelijk van hoeveel geluid je wil produceren, kies je voor een bepaalde categorie binnen de VLAREM.

- een geluidsniveau van maximum 85 dB(A)LAeq,15min. = CAT. 1
- een geluidsniveau van maximum 95 dB(A)LAeq,15min. = CAT. 2 = VLAREM KLASSE III
- een geluidsniveau van maximum 100 dB(A)LAeq,60min. = CAT. 3 = VLAREM KLASSE II

10. Om de hoogte van nieuw te bouwen windmolens te bepalen, is het belangrijk om te weten wat de windsnelheid (W) op een bepaalde hoogte (h) is. Het verband tussen W en h wordt gegeven door

$$W = 5,76m \log\left(\frac{h}{r}\right)$$

De parameter m is de windsnelheid op een hoogte van 10 m en de parameter r wordt bepaald door de ruwheid van het terrein

(a) vergelijk de windsnelheid op een hoogte van 100 m op zee en op het land als je weet dat $r_{land} = 0.02$ en $r_{zee} = 0.0005$ en dat $m = 0.48$

(b) Bepaal de toename in windsnelheid als men op het land een windturbine met een willekeurige hoogte in hoogte zou verdubbelen. (zelfde waarden voor m en r uit vorige deelvraag).

(c) Op een bepaalde plaats op het land ($m = 0.55$ en $r = 0.015$,staat een windmolen met een hoogte van $90m$. Op welke hoogte op zee heeft men dezelfde windsnelheid?($m = 0.42$ en $r = 0.0006$)

(d) Bepaal het verband tussen $h_l$ en $h_z$ (zelfde waarden voor m en r uit vorige deelvraag)(A. $h_l = 4,33h_z^{0,76}$

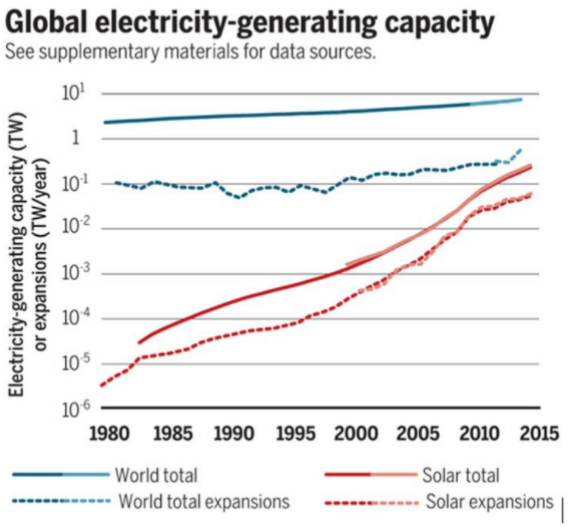
11. Om de ouderdom van gesteenten te dateren wordt de verhouding tussen de isotopen Argon-40 (A) en Potassium-40 (P) gemeten. Volgende formule geldt dan:

$$t = 1,26x10^9 \log_2\left(1 + 8,33\left(\frac{A}{P}\right)\right)$$

Als in een monster gesteente deze verhouding 0,212 bedraagt, bepaal dan de ouderdom.

12. Bespreek onderstaande grafiek. Hoe zie je dat er sprake is van exponentiële groei?

∴ Wel, weet dat de groei van zonne-energie reeds meer dan 40 jaar exponentieel is, zoals aangetoond in Figuur 1.




Figuur 1: Wereldwijde elektriciteitsproductiecapaciteit © .

Figure 21: https://www.knack.be/nieuws/belgie/zonne-energie-is-begonnen-aan-een-opmars-om-onze-bela article-opinion-1587707.html

## 10.4 grafieken exponentiële en logaritmische functies

1. Op de grafiek van $f(x) = 2^x$- worden achtereenvolgens volgende transformaties toegepast: spiegeling om de x-as, horizontale verschuiving met 5 eenheden naar rechts, verticale uitrekking met factor 3 en tenslotte 2 eenheden naar boven. Bepaal het nieuwe functievoorschrift.
2. Bepaal het nieuwe functievoorschrift als de transformaties van vorige oef van achter naar voren gedaan worden.
3. Bepaal of $f^{-1}(x)$ stijgend of dalend is als $f(x) = 3 \cdot 2^{x-1} + 4$
4. Geef de transformaties om de grafiek van $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ te transformeren naar de grafiek van $g(x) = \log_2(x-3) + 4$
5. Bepaal op twee verschillende de transformaties die men moet uitvoeren op de basisgrafieken om de grafieken van volgende functies te bekomen:
   (a) $f(x) = 3 \cdot 4^{x+2} - 3$
   (b) $f(x) = \log_2(4x+3) + 1$

## 10.5 exponentiële vergelijkingen

Los de volgende vergelijkingen op:

1. $6^x = 1$
2. $9^{2x} = 5$
3. $3^{2x} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$
4. $2^{x+3} = 16^{x-3}$
5. $4^x - 5 \cdot 2^x - 24 = 0$
6. $3 \cdot 9^x - 26 \cdot 3^x = 3$

7. $6^x + 216 \cdot 6^{-x} = 42$
8. $3^{5x^2} - 9^{x+2} = 0$
9. $9^{x^2+1} - 3^{5x} = 0$
10. $\sqrt{6}^{\sqrt{18-\sqrt{10-x}}} = 6$
11. Wat is het product van de oplossingen van de volgende vergelijking?

$$3^{2x^2+2x-8} = \frac{9^{2x^2+2x-8}}{81}$$

(A. $-6$)

## 10.6 logaritmische vergelijkingen

1. Los op:
   (a) $log(2x+3) + log(x-1) = log(x^2+9)$
   (b) $2 \cdot log(x) + 1 = log(19x+2)$
   (c) $log_2 x = log_4(6-x)$
   (d) $log_5(5^x - 7) - log_{25}324 = 2 - x$
   (e) $log_x(2x+8) = 2$
   (f) $log_3(x+1) + log_3(2x-1) = log_9[3(x-1)]^4$
   (g) $2 \cdot log_2 x + log_{\sqrt{2}} x + log_{\frac{1}{2}} x = 9$
   (h) $log_{x^2}16 + log_{2x}64 = 3$
2. Let op het aantal en/of juiste oplossing(en)
   (a) $log(x-1)^2 = 2log3$ (A. $x = -4$ en $x = -2$)
   (b) $log[(x+3)(x-8)] + log\left(\frac{x+3}{x-8}\right) = 2$ (A.$x = -13$)
3. Gegeven een willekeurige $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$, vind alle $x \in \mathbb{R}$ waarvoor $\log_{a^2} x = 2 + \log_a\left(x^2\right)$

## 10.7 Exponentiële en logaritmische ongelijkheden

1. Los op:
   (a) $10 + 7 \cdot log_3(x+1) \leq 45$
   (b) $1 + 4 \cdot log_{\frac{1}{2}}(x+5) \geq -3$
   (c) $2^{3x-1} \leq 32$
   (d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x} > 9$
   (e) $\log_3(x^2-1) \leq 1$
   (f) $\log_2(x+8) \geq \log_2\left(8 - \frac{1}{4}x^2\right)$
2. Voor hoeveel gehele waarden van x geldt $|log_2(2x+1) - 2| \leq 2$?(A. $0 \leq x \leq 7.5$, dus 8)