Où sommes-nous exactement ?

Situation d'apprentissage et d'évaluation

MAT-5173-2

Représentation géométrique en contexte fondamental 2

Louise Roy, 8 juillet 2017, Cap Bon-Désir

Situation synthèse sur les transformations et les lieux géométriques

(Évaluation en aide à l'apprentissage)

Cahier de l'adulte

Version du 30 novembre 2017

Louise Roy

Présentation de la situation

Que ce soit pour la navigation, les déplacements en voiture ou l'exploration spatiale, le positionnement exige des calculs mathématiques souvent élaborés. Dans cette situation d'évaluation en aide à l'apprentissage, vous appliquerez vos connaissances sur les lieux géométriques pour obtenir des informations liées au positionnement et aux déplacements. Une tâche de démonstration complète la situation d'apprentissage.

INTENTION PÉDAGOGIQUE

- Interpréter la réalité à l'aide de lieux géométriques ;
- Mobiliser les connaissances acquises afin de les appliquer en contexte réel ;
- Résoudre des situations problèmes complexes.

PROCÉDÉ INTÉGRATEUR :

Description et représentation graphique de lieux géométriques.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

- *Exploiter les technologies de l'information et de la communication.* Vous aurez recours au logiciel GeoGebra pour mettre en évidence les caractéristiques des lieux géométriques et pour illustrer les situations complexes.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

- *Utiliser des stratégies de résolution de situations problèmes.* Vous devrez repérer les éléments dont vous aurez besoin et vous devrez représenter la situation. Au besoin, la représentation vous sera fournie.
- *Déployer un raisonnement mathématique.* Vous aurez à résoudre les situations problèmes en utilisant correctement les savoirs de ce cours.
- *Communiquer à l'aide du langage mathématique.* Vous respecterez les normes d'écriture et de représentation des lieux géométriques.

SAVOIRS

Transformations géométriques

- Représentation et interprétation d'une transformation géométrique.

Lieux géométriques

- Descriptions, représentation et construction d'une conique
- Résolution d'un système d'équations du 2e degré en relation avec les coniques
- Détermination de coordonnées de points d'intersection entre une droite et une conique ou encore une parabole et une autre conique

Production attendue

À la fin de cette SA, vous serez capable d'appliquer vos connaissances sur les lieux géométriques afin de résoudre des situations problèmes en contexte réel et en contexte de démonstration.

Ressources

Livre GeoGebra

https://monurl.ca/lieuxgeo

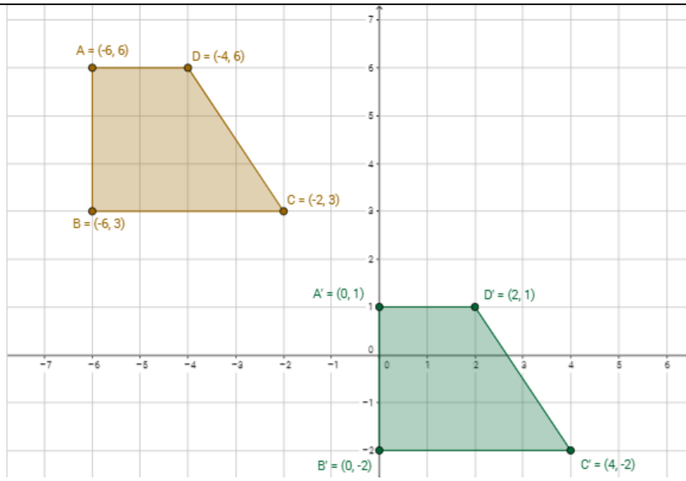
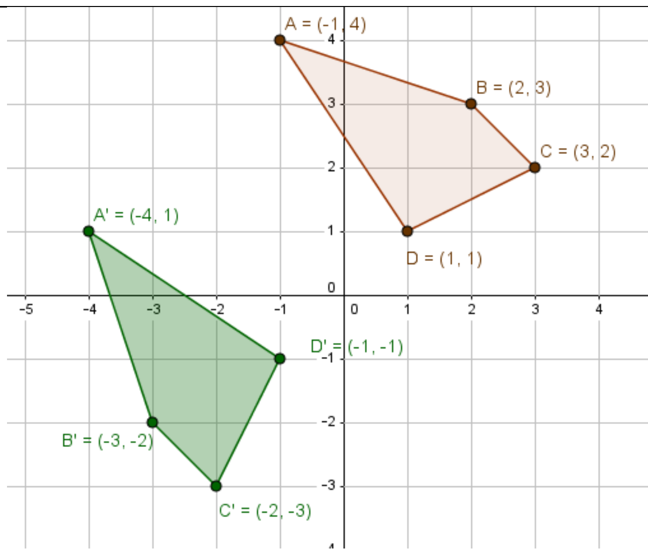
Allô prof

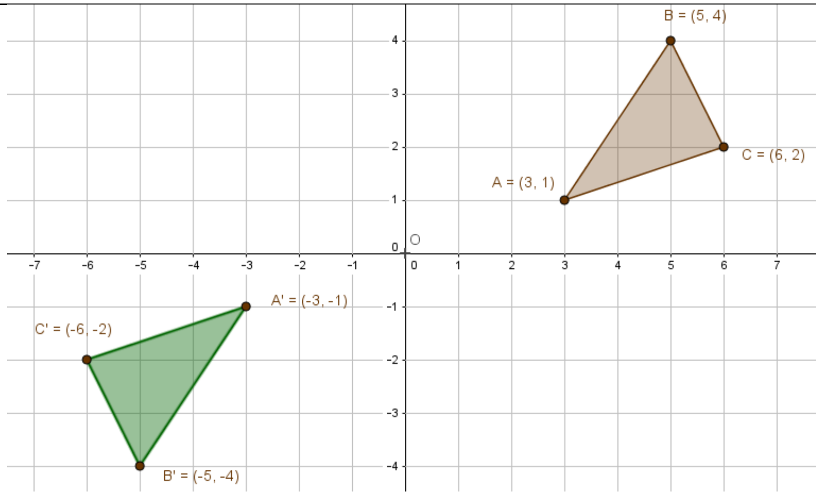
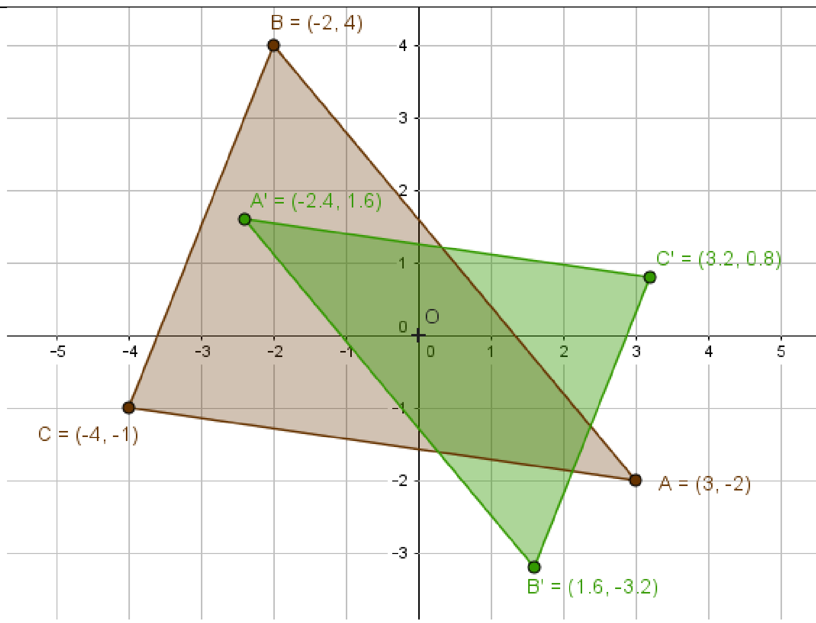
http://www.alloprof.qc.ca/

- Transformations géométriques dans le plan cartésien
- Lieux géométriquesLes coordonnées des points d'intersection entre une droite et une conique
- Les coordonnées des points d'intersection entre une parabole et une autre conique

Évaluation des connaissances

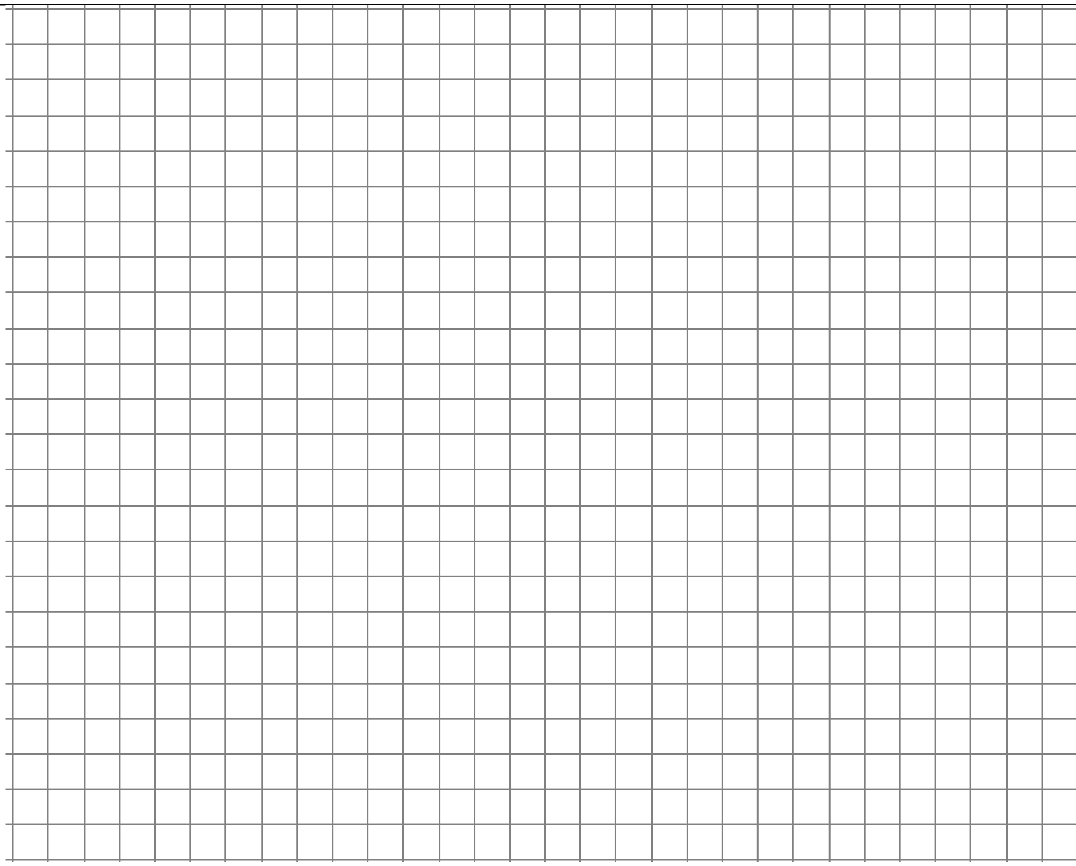
1. Donnez la règle des transformations illustrées. Vous pouvez également travailler avec les fichiers en ligne : (inscrivez les détails de votre démarche).

a 	
b 	

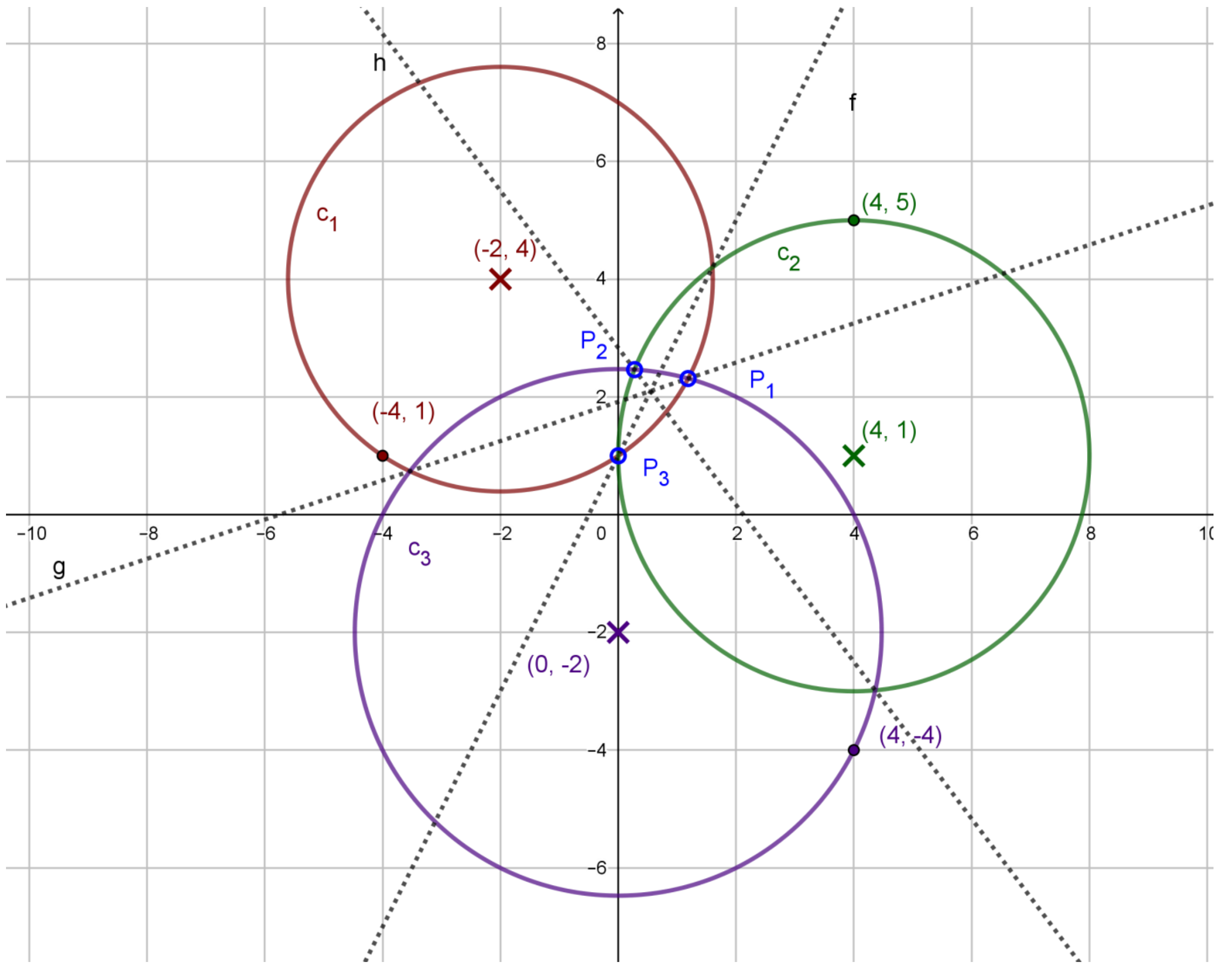
( B = (5, 4) C = (6, 2) A = (3, 1) A' = (-3, -1) C' = (-6, -2) B' = (-5, -4) O	
( B = (-2, 4) A' = (-2.4, 1.6) C' = (3.2, 0.8) O C = (-4, -1) A = (3, -2) B' = (1.6, -3.2)	

2. Détaillez la démarche permettant de calculer les quatre sommets et les deux foyers de l'ellipse d'équation $\frac{(x-2)^2}{25}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$. Représentez graphiquement cette ellipse.

3. Donnez l'équation de l'hyperbole et de ses asymptotes dont les foyers sont F_1 (3 ;-5,72) et F_2 (3 ; 3,72) et les sommets S_1 (3 ;-5) et S_2 (3 ; 3). Détaillez votre démarche.



4. Pour localiser un point, une constellation de trente satellites envoie des signaux sur la Terre. Avec un appareil GPS, il suffit de capter le signal d’au moins trois satellites pour connaitre notre position précise. Le moyen utilisé est la *trilatération* qui consiste recouper les signaux et calculer la distance entre chacun. À partir du modèle simplifié suivant, calculez les coordonnées des trois points d’intersection délimitant la zone d’intersection des trois cercles présentés sur le plan cartésien suivant en utilisant les droites :



Équation de la droite f : $y = 2x + 1$

Équation de la droite g : $y = \frac{x}{3} + \frac{23}{12}$

Équation de la droite h : $y = -\frac{4x}{3} + \frac{17}{6}$

Évaluation des compétences

TÂCHE 1 : SE REPÉRER GRÂCE AUX PHARES

Un bateau remonte le fleuve en soirée et passe dans la lumière du phare de Cap-de-Bon-Désir. C'est jour de brume et la luminosité perçue sur le bateau varie selon la distance, devenant imperceptible (5 %) à un rayon de plus de 15 km.

A) En vous référant aux informations et à la représentation graphique, déterminez la durée pendant laquelle la lumière sera perceptible du bateau.

B) Ensuite, représentez graphiquement la variation de l'intensité de la lumière et à quel moment elle sera la plus intense (considérez qu'elle est à 100 % près du phare, et diminue de façon linéaire).

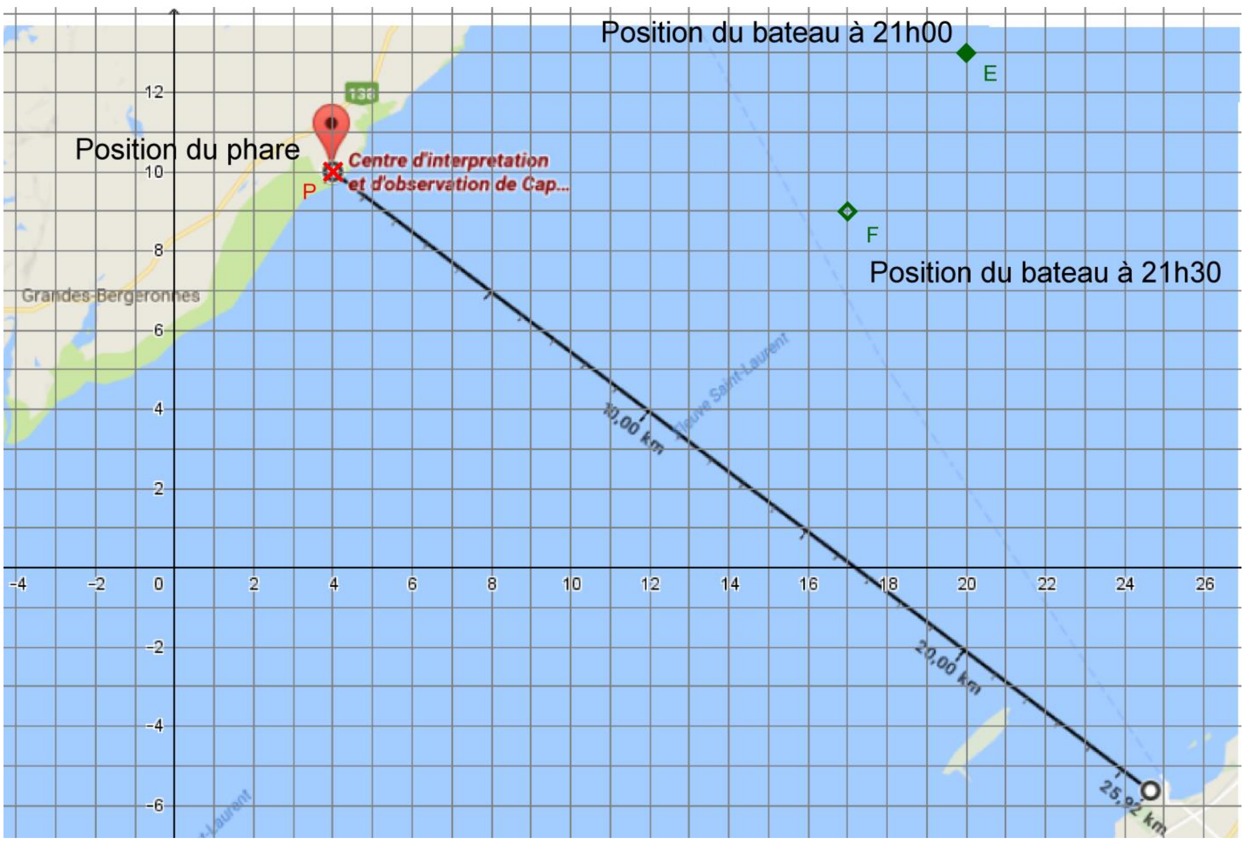


Figure 1 : Cap Bon Désir (1 unité : 1 km)

TÂCHE 2 : VOYAGE SUR MARS[1]

Où se trouve la planète Mars par rapport à la Terre ? Les deux planètes tournent autour du Soleil selon un modèle elliptique, mais elles ne sont pas à la même distance et n'ont pas la même rotation. Ainsi, Mars est parfois relativement proche de la Terre et parfois très loin. Les voyages sur Mars doivent donc être soigneusement planifiés selon la fenêtre durant laquelle Mars est à la portée de la Terre.

En utilisant un modèle simplifié de la rotation de la Terre et de Mars, présentez la variation de la distance entre les deux planètes durant un cycle complet (calculez la distance pour au moins huit moments). Émettez une hypothèse sur le type de fonction mettant en relation le nombre de jours et la distance entre la Terre et Mars.

INFORMATIONS

Les deux planètes ont une orbite décrite par une ellipse et le Soleil est un des foyers.

Considérez que la vitesse des planètes est constante.

Placez le Soleil au point (0,0) et le grand axe des ellipses sur l'axe des abscisses.

La Terre

- Distance la plus petite entre la Terre et le Soleil : 147×10^6 km (0,98 UA[2])
- Distance la plus grande entre la Terre et le Soleil : 152×10^6 km (1,02 UA)
- Durée d'une rotation : 365 jours

[1] Cette tâche dépasse les objectifs du cours, elle constitue un défi supplémentaire. Vous pouvez travailler en équipe.
[2] Une unité astronomique (UA) correspond à environ 150 millions de km.

Mars

- Distance la plus petite entre Mars et le Soleil : 249 x 10^6 km (1,38 UA)
- Distance la plus grande entre Mars et le Soleil : 207 x 10^6 km (1,67 UA)
- Durée d'une rotation : 687 jours terrestres

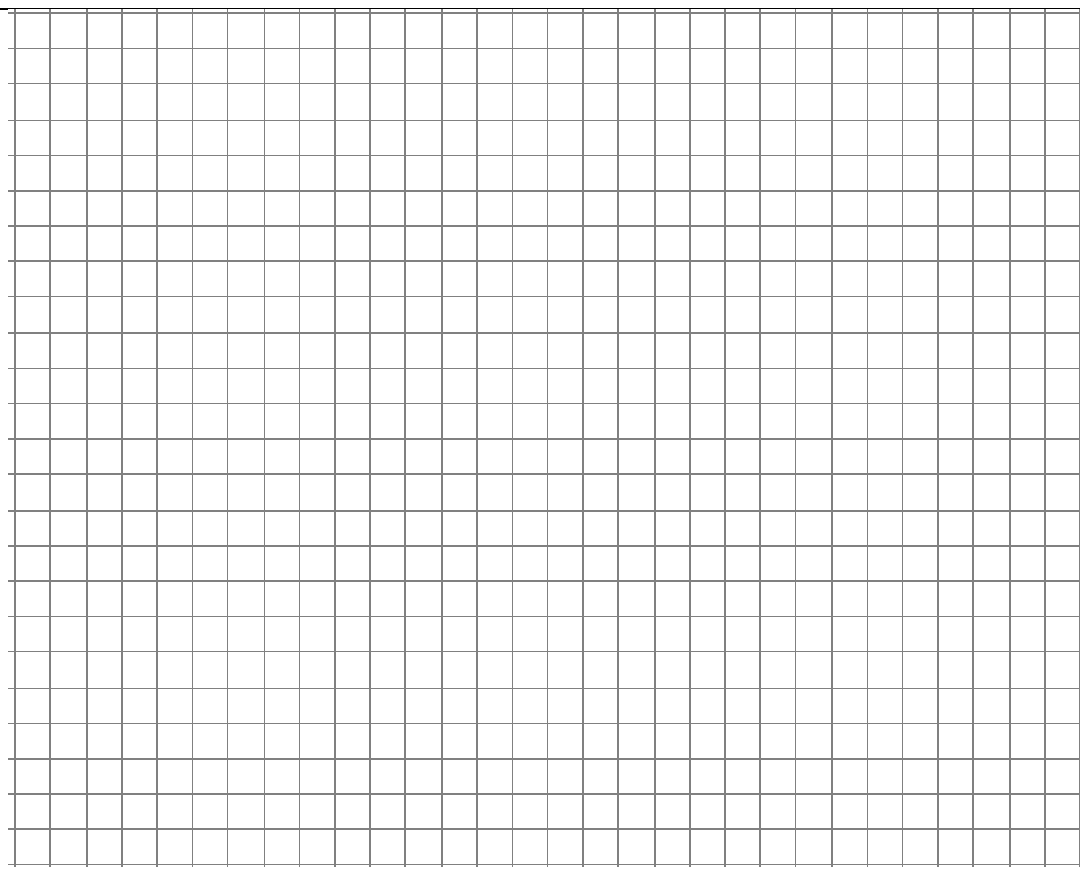


Tableau des résultats

Durée jours	Coordonnées Terre	Coordonnées Mars	Distance
0			
91			
182			
273			
364			
455			
546			
637			
728			

Tâche 3 : Démonstration

Démontrez algébriquement et en vous appuyant par un graphique que lorsqu'il y a exactement trois points d'intersection entre une parabole et une ellipse et qu'un des points d'intersection est le sommet de la parabole avec un des sommets de l'ellipse, les deux autres points d'intersection ont soit la même abscisse, soit la même ordonnée. Utilisez le fichier dynamique en ligne pour valider vos calculs