

## ИСКАЗИ. ОСНОВНЕ ОПЕРАЦИЈЕ СА ИСКАЗИМА

Које од следећих реченица су искази:

$p$ : "  $1 < 2$  "

$q$ : "  $2^2 = 4$  "

$r$ : " Дунав је афричка река. "

$s$ : "  $x^2 = 9$  "

$t$ : " Нови Сад је највећи град на свету. "

$u$ : " Нови Сад је најлепши град на свету. "

$x$ : "Свемир је настао великим праском."

$v$ : " Сутра ће падати киша. "

$y$ : "Метеоролози кажу да ће сутра падати киша"

$w$ : " Како се зовеш? "

Функција истинитосне вредности

$$\tau(p) = \begin{cases} \top, & \text{ако је исказ } p \text{ тачан} \\ \perp, & \text{ако је исказ } p \text{ нетачан} \end{cases}$$

НЕГАЦИЈА (одрицање)  $\rightarrow$  симбол (везник)  $\neg$  (не, није)

**Пример 1.** Дати су искази

$p$ :  $a + b = b + a$

$q$ : Решење једначине  $3x + 11 = 5$  је број 4.

$r$ : Сваки квадрат је ромб.

Одреди истинитосну вредност исказа, а затим их негирај, тј. одреди  $\neg p$ ,  $\neg q$  и  $\neg r$ .

Таблица истинитосне вредности:

$p$	$\neg p$
$\top$	$\perp$
$\perp$	$\top$

КОНЈУНКЦИЈА (састављање)  $\rightarrow$  везник  $\wedge$  (и)

**Пример 1.** Одредити истинитосну вредност следећих реченица:

$4 = 2 + 2 \wedge 4 = 2 \cdot 2$

$5 = 2 + 3 \wedge 5 = 2 \cdot 3$

$4 = 2 + 3 \wedge 4 = 2 \cdot 3$

Таблица истинитосне вредности:

$p$	$q$	$p \wedge q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

**Дефиниција:** Конјункција исказа  $p$  и  $q$  је нови исказ  $p \wedge q$  који је тачан само ако су оба исказа у конјункцији тачна.

**Пример 2.** Одреди истинитосну вредност исказа  $p$  из следећих формула  
 $\tau(p \wedge \top) = \top$                        $\tau(p \wedge \perp) = \top$                        $\tau(p \wedge \perp) = \perp$

**Пример 3.** Одреди:  $\tau(p \wedge \top) = \underline{\hspace{2cm}}$                        $\tau(p \wedge \perp) = \underline{\hspace{2cm}}$

☞ **ДИСЈУНКЦИЈА** (растављање)  $\rightarrow$  везник  $\vee$  (*или; бар један од*)

**Пример 1.** Одредити истинитосну вредност следећих реченица:  
 $4 = 2 + 2 \vee 4 = 2 \cdot 2$   
 $2|6 \vee 4|6$   
 $2|9 \vee 6|9$

**Таблица истинитосне вредности:**

$p$	$q$	$p \vee q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\perp$

**Дефиниција:** Дисјункција исказа  $p$  и  $q$  је нови исказ  $p \vee q$  који је нетачан само ако су оба исказа у дисјункцији нетачна.

**Пример 2.** Одредити истинитосну вредност исказа  $p$  из следећих формула  
 $\tau(p \vee \top) = \top$ ;       $\tau(p \vee \perp) = \perp$ ;       $\tau(\perp \vee p) = \top$ ;       $\tau(p \vee \perp) = \perp$

**Пример 3.** Одреди:  $\tau(p \vee \top) = \underline{\hspace{2cm}}$                        $\tau(p \vee \perp) = \underline{\hspace{2cm}}$

**Пример 4.** Запиши следеће реченице математичким и логичким симболима и одреди њихову истинитосну вредност:

- Број 2 већи је од бројева 1 и 0.
- Бар један од бројева 6 и 8 дељив је са 3.
- И збир и производ бројева 4 и 5 једнак је 9.
- Број -5 је негативан цео број.
- Бар један од бројева 7 и -8 није негативан.

☞ **ИМПЛИКАЦИЈА** (заплетање, уплитање у нешто; извлачење закључка)  $\rightarrow$  везник  $\Rightarrow$  (*ако...онда; следи; имплицира*)

**Пример 1.** Дати су искази:       $p$ : Нови Сад је највећи град на свету  
     $q$ : Нови Сад је већи од Њујорка  
     $r$ : Нови Сад је већи од Сомбора  
     $s$ : Нови Сад је већи од Петроварадина

Одредити истинитост реченица:  $r \Rightarrow s$ ,  $r \Rightarrow q$ ,  $p \Rightarrow s$ ,  $p \Rightarrow q$

**Пример 2.**  $p$ : Дунав је европска река  
 $q$ : Дунав тече кроз Немачку  
 $r$ : Дунав тече кроз Финску  
 $s$ : Дунав је јужноамеричка река  
 $t$ : Дунав тече кроз Бразил

Одредити истинитост реченица:  $q \Rightarrow p, r \Rightarrow p, t \Rightarrow s, p \Rightarrow r$

Таблица истинитосне вредности:

$p$	$q$ :	$p \Rightarrow q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\top$


**Пример 3.** Одредити истинитосну вредност исказа  $p$  из следећих формула:

$$\begin{array}{lll} \tau(p \Rightarrow \top) = \top & \tau(\top \Rightarrow p) = \top & \tau(p \Rightarrow \top) = \perp \\ \tau(\top \Rightarrow p) = \perp & \tau(p \Rightarrow \perp) = \top & \tau(\perp \Rightarrow p) = \top \\ \tau(p \Rightarrow \perp) = \perp & \tau(\perp \Rightarrow p) = \perp & \end{array}$$

**Пример 4.** Одреди:  $\tau(p \Rightarrow \top) = \underline{\hspace{2cm}}$                        $\tau(\perp \Rightarrow p) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $\tau(p \Rightarrow \perp) = \underline{\hspace{2cm}}$                                        $\tau(\top \Rightarrow p) = \underline{\hspace{2cm}}$

**Пример 5.** Запиши следеће реченице математичким и логичким симболима и одреди њихову истинитосну вредност:

- Ако је 3 природан број, онда је 3 цео број.
- Ако је  $x$  цео број, онда је  $x$  природан број.
- Ако је  $x$  природан број, онда је  $x$  цео број.
- Ако је број  $x$  дељив са 2, онда је он дељив и са 6.
- Ако је број  $x$  дељив са 6, онда је он дељив и са 2.
- Ако је производ два броја негативан, онда је бар један од та два броја негативан.
- Да би број био дељив са 6 потребно је да је дељив са 2 и са 3.
- Број -2 је решење једначине  $2x + 5 = 1$ .

 **ЕКВИВАЛЕНЦИЈА** (изједначавање по вредности)  $\rightarrow$  везник  $\Leftrightarrow$  (ако и само ако; еквивалентно, потребно и довољно)

**Пример 1.** Дати су искази:

$$\begin{array}{llll} p: 3 \mid 2874 & q: 3 \mid 2+8+7+4 & r: 4 \mid 2854 & \\ s: 4 \mid 54 & t: 9 \mid \overline{3459x} & u: x = 6 & v: 3 \mid x \end{array}$$

Одредити истинитосну вредност исказа  $p \Leftrightarrow q, r \Leftrightarrow s, t \Leftrightarrow u$  и  $t \Leftrightarrow v$ .

Таблица истинитосне вредности:

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\top$

**Пример 2.** Одредити истинитосну вредност исказа из следећих формула

$$\tau(p \Leftrightarrow \top) = \top; \quad \tau(p \Leftrightarrow \perp) = \top; \quad \tau(p \Leftrightarrow \top) = \perp; \quad \tau(p \Leftrightarrow \perp) = \perp.$$

