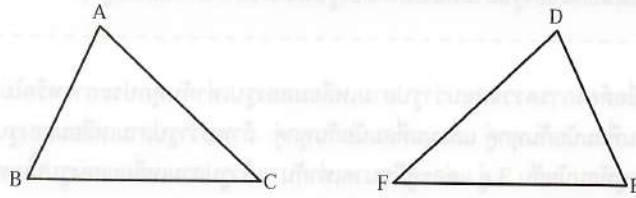


2.2 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

พิจารณารูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF ซึ่งเท่ากันทุกประการ ดังรูป



เมื่อจับคู่จุด A กับจุด D จุด B กับจุด E และ จุด C กับจุด F

จะได้ ด้าน AB สมัยกับด้าน DE ด้าน BC สมัยกับด้าน EF และ ด้าน CA สมัยกับด้าน FD

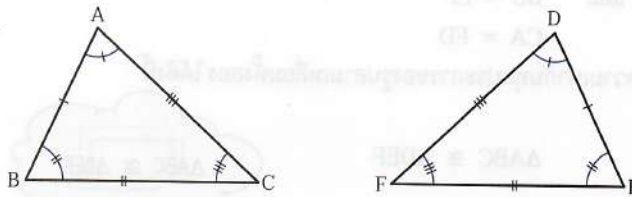
\hat{A} สมัยกับ \hat{D} \hat{B} สมัยกับ \hat{E} และ \hat{C} สมัยกับ \hat{F}

เมื่อตรวจสอบความยาวของด้านคู่ที่สมัยกัน จะได้ว่า $AB = DE$, $BC = EF$ และ $CA = FD$

เมื่อตรวจสอบขนาดของมุมคู่ที่สมัยกัน จะได้ว่า $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$ และ $\hat{C} = \hat{F}$

โดยทั่วไป ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ แล้วด้านคู่ที่สมัยกันและมุมคู่ที่สมัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

ในทางกลับกัน เมื่อรูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม DEF มีด้านคู่ที่สมัยกันยาวเท่ากัน คือ $AB = DE$, $BC = EF$ และ $CA = FD$ และมีมุมคู่ที่สมัยกันมีขนาดเท่ากัน คือ $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$ และ $\hat{C} = \hat{F}$ ดังรูป



เมื่อตรวจสอบโดยการเคลื่อนที่ $\triangle ABC$ ให้ทับกับ $\triangle DEF$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปทับกันได้สนิท นั่นคือ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

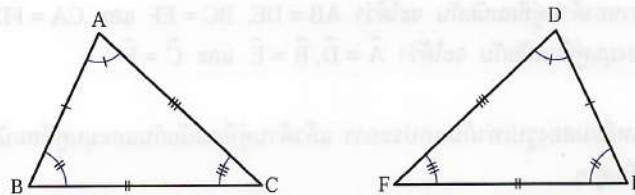
โดยทั่วไป ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านคู่ที่สมัยกันและมุมคู่ที่สมัยกัน มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ แล้วรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ผลสรุปข้างต้นเป็นไปตามสมบัติต่อไปนี้

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

จากสมบัติดังกล่าวนี้ เมื่อต้องการตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการหรือไม่ เราจะต้องตรวจสอบความเท่ากันทุกประการของด้านที่สมนัยกันทุกคู่ และมุมที่สมนัยกันทุกคู่ ถ้าพบว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านคู่ที่สมนัยกัน 3 คู่ แต่ละคู่ยาวเท่ากัน และมุมคู่ที่สมนัยกัน 3 คู่ แต่ละคู่มีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ในการเขียนสัญลักษณ์แสดงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ นิยมเขียนตัวอักษรเรียงตามลำดับของมุมคู่ที่สมนัยกันและด้านคู่ที่สมนัยกัน เช่น เมื่อรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม DEF ดังรูป



จากรูป มุมคู่ที่สมนัยกันและด้านคู่ที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากันดังนี้

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \hat{D} & AB &= DE \\ \hat{B} &= \hat{E} & \text{และ} & BC = EF \\ \hat{C} &= \hat{F} & CA &= FD \end{aligned}$$

เขียนสัญลักษณ์แสดงความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง ได้ดังนี้

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$



ข้าพเจ้านั้นว่า ถ้า $\triangle FUN \cong \triangle EAT$ เราจะสรุปอะไรได้บ้าง

จะได้ $\hat{F} = \hat{E}, \hat{U} = \hat{A}, \hat{N} = \hat{T}$ และ $FU = EA, UN = AT, NF = TE$ ว่างละ





แล้วถ้าข้าวสวยรู้ว่าในรูปสามเหลี่ยม 2 รูป
มี $\hat{H} = \hat{S}$, $\hat{O} = \hat{U}$, $\hat{T} = \hat{N}$ และ $HO = SU$, $OT = UN$, $TH = NS$
ข้าวสวยจะสรุปว่า $\triangle HOT \cong \triangle SUN$ ก็ได้สิ

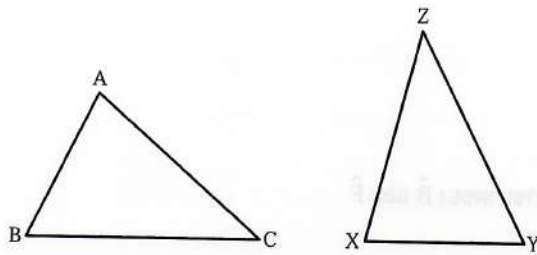
ได้สิจ๊ะ



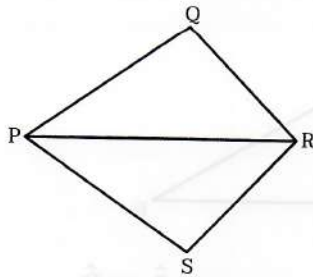
แบบฝึกหัด 2.2

1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้เท่ากันทุกประการ จงเขียนด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกัน

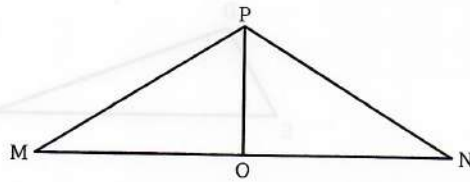
1)



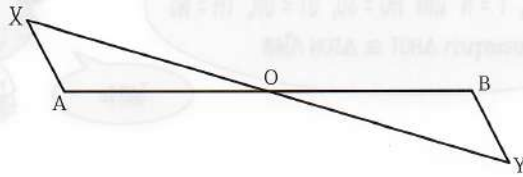
2)



3)



4)

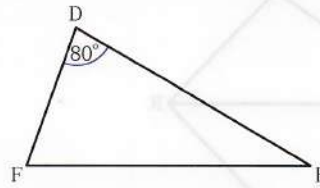
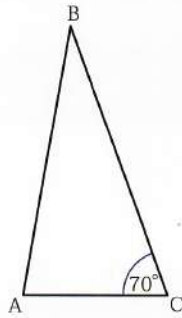


2. ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เขียนแสดงรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ โดยเขียนตัวอักษรเรียงตามลำดับของมุมคู่ที่สมนัยกันและด้านคู่ที่สมนัยกัน จงเขียนด้านคู่ที่ยาวเท่ากันและมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน

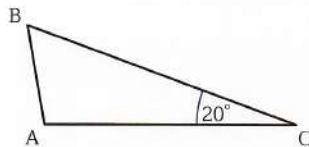
- 1) $\triangle ABC \cong \triangle EDF$
- 2) $\triangle TOP \cong \triangle GUN$
- 3) $\triangle BIG \cong \triangle BOY$
- 4) $\triangle CAT \cong \triangle RAT$

3. จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) กำหนดให้ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ จงหาขนาดของ \hat{B} และ \hat{F}



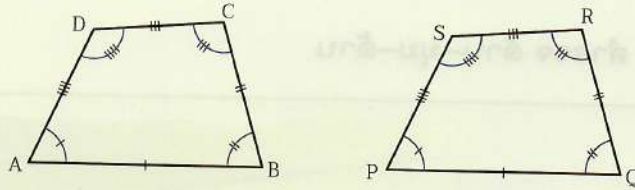
- 2) กำหนดให้ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ และ $\hat{A} + \hat{C} = 120$ องศา จงหาขนาดของ \hat{B} และ \hat{D}



123 | มุมคณิต

ความเท่ากันทุกประการของรูปหลายเหลี่ยม มีสมบัติเช่นเดียวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม กล่าวคือ รูปหลายเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปหลายเหลี่ยมทั้งสองนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ

เช่น กำหนดให้ $\square ABCD \cong \square PQRS$ ดังรูป



จะได้ มุมคู่ที่สมนัยกัน มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

$$\hat{A} = \hat{P}, \hat{B} = \hat{Q}, \hat{C} = \hat{R} \text{ และ } \hat{D} = \hat{S}$$

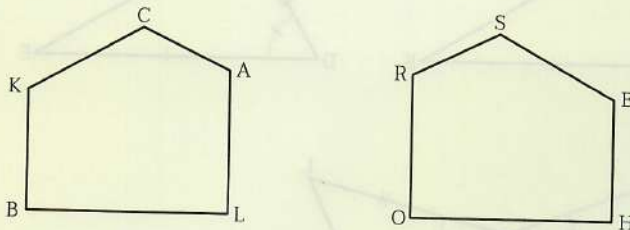
ด้านคู่ที่สมนัยกัน มีความยาวเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

$$AB = PQ, BC = QR, CD = RS \text{ และ } DA = SP$$



ชวนคิด 2.4

กำหนดรูปหลายเหลี่ยม BLACK เท่ากันทุกประการกับรูปหลายเหลี่ยม HORSE ดังรูป



ด้านคู่ใดบ้างที่ยาวเท่ากัน และมุมคู่ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน