

Nella figura la circonferenza γ (in blu) è centrata nell'origine degli assi ed a equazione $x^2 + y^2 = r^2$ quindi scegliendo il valore del parametro r nell'intervallo assegnato si può cambiare il suo raggio.

Il parametro c è l'ascissa del centro della circonferenza odografo e il parametro R è il suo raggio. L'odografo è quindi rappresentato dalle equazioni parametriche:

$$\begin{cases} x = R \cos t + x_C \\ y = R \sin t \end{cases}$$

La retta tangente in un suo punto (in fucsia) ha quindi equazione

$$x \cos t + y \sin t - R - x_C \cos t = 0$$

Il polo di questa retta rispetto alla circonferenza di centro nell'origine e di raggio r è

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/r^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ -R - x_C \cos t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ \frac{1}{r^2}(R + x_C \cos t) \end{pmatrix}$$

quindi

$$P \rightarrow \begin{cases} x = \frac{r^2 \cos t}{R + x_C \cos t} \\ y = \frac{r^2 \sin t}{R + x_C \cos t} \end{cases}$$

da cui si ricava l'equazione della curva in coordinate polari

$$\rho^2 = x^2 + y^2 = \frac{r^4}{(R + x_C \cos t)^2} \Rightarrow \rho = \frac{r^2}{R + x_C \cos t}$$

che è l'equazione di una conica con un fuoco nell'origine

$$\rho = \frac{r^2/R}{1 + \frac{x_C}{R} \cos t}$$

con eccentricità $e = x_C/R$ e semilato retto $p = r^2/R$