

Hoja de trabajo 1- Semana 3

Lenguaje de las EDO

1. <https://www.geogebra.org/m/tn9p9and>

b)

i. La curva que deja el rastro de P corresponde a la derivada de la función $f(x)$.

ii. $m=f'(x)$, donde m: pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en un punto sobre la función.

1.c)

i) La función $f(x)=x^3 + 2x$ describe la trayectoria de una partícula en un tiempo x . Se desea saber cuál es la velocidad instantánea de la partícula cuando se encuentra el punto $C(0.46,1.02)$. En este caso, saco la recta tangente a la función en dicho punto, y hallo la pendiente que corresponde al valor de la velocidad instantánea en el tiempo $x=0.46$ (ver en geogebra) <https://www.geogebra.org/m/y75essgs>

ii. La función $f(x)=x^3 + 2x$ describe la trayectoria de una partícula en un tiempo x . Halle la razón a la que cambia la velocidad respecto al tiempo. (ver geogebra)

2.

a) si $m=y'(x) \Rightarrow$ pendiente de la recta tangente en (x,y) de $y(x)$

puntos: (x,y) $(x/2,0)$

$$y'=m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - y}{\frac{x}{2} - x} = \frac{-y}{\frac{-x}{2}} = \frac{2y}{x}$$

Entonces la ecuación diferencial sería: $y'=2y/x$

b) sabemos que las rectas normales son perpendiculares entre si.

por lo tanto $m_1 * m_2 = -1$, donde $m_1 = y'$ y $m_2 =$ pendiente de la recta normal a $y'(x)$.

despejando para m_1 , encontramos que: $m_1 = \frac{-1}{m_2}$

puntos: (x,y) $(0,1)$

$$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - 1}{x - 0} = \frac{y - 1}{x}$$

reemplazando m_2 en m_1 obtenemos que $m_1 = \frac{-x}{y-1}$

entonces, la EDO sería: $Y' = \frac{-x}{y-1}$

Resolución y formulación de problemas:

1. Para dos rectas perpendiculares $m_1 * m_2 = -1$, donde $m_1 = y'(x) = 2x$ y $m_2 =$ pendiente de la recta perpendicular a $y'(x)$.

despejando para m_2 , encontramos que: $m_2 = \frac{-1}{m_1} = -\frac{1}{2x}$

Ahora integramos $-\frac{1}{2x}$ para obtener la función de la curva que es paralela a la familia de curvas $f(x)$ y obtenemos que la función es $g(x) = \frac{-1}{2} \ln \ln ||x|| + C$. El dominio de la curva sería $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$. <https://www.geogebra.org/m/kewhqcus>

2.

a. partimos de que la aceleración corresponde a la segunda derivada, entonces $a = -g$, al integrar esta función, obtenemos la velocidad que sería $v = -gt + V_0$, ahora integramos esta función y obtenemos la posición $y = \frac{-gt^2}{2} + V_0 t + h$. Sabemos que cuando la partícula cae al suelo la posición en $y=0$ y tenemos que parte del reposo, por tanto, $V_0 = 0$

con esto, utilizamos la función de posición para hallar el tiempo que dura la partícula en caer:

$$0 = \frac{-gt^2}{2} + h$$

Despejando para t , se obtiene que $t = \frac{\sqrt{2gh}}{-g}$ ahora reemplazamos t en la función de velocidad y obtenemos entonces que $v = \sqrt{2gh}$

Por tanto, la EDO sería $y' = -gt$

b. <https://www.geogebra.org/classic/swewrw58>